VZTAH MEZI STATISTICKÝM A STRUKTURNÍM ROZPOZNÁVÁNÍM

Václav Hlaváč

Fakulta elektrotechnická ČVUT v Praze
katedra kybernetiky, **Centrum strojového vnímání**
hlavac@fel.cvut.cz, http://cmp.felk.cvut.cz/~hlavac

Osnova přednášky

- Motivace, struktura a statistika získaná z příkladů.
- Přehled, co se v rozpoznávání umí.
- Zárodek teorie spojující statistické a strukturní metody rozpoznávání.
- Tři již částečně prozkoumané ostrůvky.

MOTIVACE

- Všeobecný vědecký zájem o kognitivní aspekty vnímání.
- Kognitivní vnímání přijímáno jako strategický krok k cíli napodobit strojem inteligentní chování v nepříliš známém prostředí.
- Základním atributem inteligentního chování je schopnost učit se na základě vnímání okolního prostředí.
- Klíčová je otázka reprezentace znalosti. Přirozený jazyk je nejdokonalejší nástroj lidí pro vyjádření pozorování, pro popis jevu, formulaci úloh, jejich řešení a pro související otázky učení. Jazyk má strukturu .

STATISTICKÉ ROZPOZNÁVÁNÍ

Popis objektu n-ticí čísel, která odpovídají n podstatným vlastnostem a jsou oceněny reálným číslem (míra vlastnosti).

Příznakový prostor. n-tice popisující jeden objekt $\Rightarrow$ bod v příznakovém prostoru.

Hledá se reprezentace objektu pro klasifikaci v příznakovém prostoru, v níž body jedné třídy tvoří kompaktní shluky dobře oddělitelné rozhodovací strategií.

S příznaky se zde zachází metodami matematické statistiky.

Naučení klasifikátoru ze statisticky významné trénovací množiny.

CO SE UMÍ VE STATISTICKÉM ROZPOZNÁVÁNÍ ?

- Některé nebayesovské úlohy. Např. s úlohy nenáhodnými zásahy. Lze zavést třídu “nevím”.
- Lineární klasifikátory. Dnes je oblíbený speciální případ—Support Vector Machines.
- Odhad potřebné velikosti trénovací množiny pro předepsanou přesnost a spolehlivost klasifikace (Vapnikova teorie učení).
- Zanoření úlohy vedoucí na nelineární klasifikaci do příznakového prostoru vyšší dimenze $\Rightarrow$ lineární klasifikace.
- Učení bez učitele, též shluková analýza, EM algoritmus.
- Výběr a uspořádání příznaků.

ČTENÍ O STATISTICKÉM ROZPOZNÁVÁNÍ

- Duda Richard O., Hart Peter E., Stork, David G.:, Pattern Classification, John Wiley & Sons, New York, USA, 2001, 654 s.
- Schlesinger M.I., Hlaváč V.: Ten lectures on statistical and syntactic pattern recognition, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, 2002, 521 p. (předchůdce v češtině, Vydavatelství ČVUT 1999).

NÁSTROJ PRO EXPERIMENTY

- Franc V.: Statistical Pattern Recognition Toolbox, nad MATLABem, 2000-2003, http://cmp.felk.cvut.cz

STRUKTURNÍ ROZPOZNÁVÁNÍ

- Objekt je popsán primitivy, tj. nejjednoduššími kvalitativními charakteristikami.
- Strukturní rozpoznávání se opírá o teorii formálních jazyků. Gramatiky. Syntaktická analýza.
- Primitiva tvoří abecedu jazyka. Vztahy mezi primitivy lze vyjádřit relacemi.
- Kolik je tříd, tolik je potřebných gramatik.
- Slovo odpovídající určité třídě generuje právě jedna gramatika.
- Rozpoznávání = syntaktická analýza.
- Problém: zašuměná data.

PARAMETRY A JEJICH STRUKTURA

Motto: *"Nechť množiny* X *pozorování a* K *stavů jsou dvě konečné množiny."*

- Výsledky ve statistickém rozpoznávání jsou velmi obecné. Vlastnosti množin pozorovatelných parametrů X a skrytých parametrů K nebyly nijak blíže omezeny.
- Výsledky (zákony) platí pro různorodé aplikace.
- Množiny pozorovatelných parametrů X a skrytých parametrů K mohou být i formálně (matematicky) rozmanité. Mohou mít také rozmanitou strukturu.

PŘÍKLADY RŮZNÉ STRUKTURY JEDNOHO POZOROVÁNÍ

Hmotnost pacienta - kladné reálné číslo [kg]. Dobře strukturovaná množina (sčítání, násobení, invertování, atd.).

Známka na vysvědčení - $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Úplně uspořádaná množina, nic víc, $=$, $<$, $>$.

Čísla tramvajových linek - výčtový typ. Tramvaj číslo 22 není o nic horší/lepší než tramvaj číslo 12.

STRUKTURA VZTAHŮ MEZI VÍCE PŘÍZNAKY ILUSTRACE

Uvažujme n-tici $x_1, x_2, \ldots, x_n$

Údaje o jednom pacientovi. Věk, výška, hmotnost, teplota, krevní tlak dolní, krevní tlak horní, množství cukru v moči

. . .

Nic by se nestalo, kdyby příznaky byly očíslovány jinak.

Žádná struktura.

Jednotlivá čísla se chápou jako symboly v abstraktní abecedě.

n**-krát měření údaje v pravidelných časových intervalech.** Posloupnost.

Index příznaku má význam celého čísla. Množina indexů má jasnou strukturu.

OBECNOST JE I NEVÝHODU

- Obecnost metod statistického rozpoznávání je i nevýhodou.
- Pro účelné použití statistických metod musí být množiny X a K vyjádřeny co nejkonkrétněji.
- Z nepřehledné množiny možností musí vybrat taková, která odpovídá příslušné aplikační úloze. To nemusí být vůbec lehké.

VYUŽITÍ MATEMATICKÉ STATISTIKY

- Nástroji matematické statistiky se dají vyjádřit mnohé praktické úlohy.
- Nejrozvinutější je statistika náhodných čísel.
- Doporučení se opírají o pojmy jako: matematické očekávání, rozptyl, korelace, kovarianční matice, . . .
- Úspěch ve statistickém rozpoznávání.

- Selhání pro obrázky, tj. $f(x, y)$, kde f je jas nebo barva a x, y jsou souřadnice pixelu.

MNOŽINA POZOROVÁNÍ versus LINEÁRNÍ PROSTOR

- Pozorování o jednom objektu: n-tice čísel.
- Mnozí považují za samozřejmý předpoklad, že n-tici čísel lze chápat jako bod v n-rozměrném lineárním (=vektorovém) prostoru.
- Teorie rozpoznávání platí obecněji. Mnozí udělali chybu, že formalizaci množiny pozorování X jako lineární prostor považovali za jedinou možnou.

PŘÍKLADY NEVHODNÉ REPREZENTACE V LINEÁRNÍM PROSTORU

- Obrázek $n \times n$. Lze uspořádat po řádcích a chápat jako n^2 čísel (intenzit), tj. příznaků. Dokonce se používá - eigen images.
- Rozpoznávání, zda je celé číslo sudé či liché. Problém není lineárně rozdělitelný (ale stačilo by brát jen poslední číslici).

Rozdíl mezi příznakovým vektorem a obrázkem

- Představme si zobrazení $T \rightarrow V$.
- Zkoumejme definiční obor (konečnou množinu T) a obor hodnot (množinu V).
- Pro příznakový vektor

  T - množina indexů příznakového vektoru, tj. celá čísla.
  V - množina reálných čísel, tj. dobře strukturovaná množina.
- Pro obrázek

  $T = \{i, j \mid 1 \le i \ \le n;\, 1 \le j \le n\}$, tj. obdélník.
  V - konečná množina signálů někdy bez struktury, jindy se strukturou.

PROBLÉMY CHÁPÁNÍ OBRÁZKU JAKO VEKTORU (1)

Podle vlastností definičního oboru T:

Pro vektor: indexy příznakového vektoru bez struktury (lze jinak očíslovat).

Pro obrázek: obdélník v dvojrozměrné číselné mřížce se strukturou danou relací sousedství.

Bez této struktury by nešlo vyjádřit souvislost, oblast, symetrii, atd.

PROBLÉMY CHÁPÁNÍ OBRÁZKU JAKO VEKTORU (2)

Obor hodnot, množina skrytých parametrů K, se v příznakovém rozpoznávání chápe (zbytečně) zúženě.

Předpokládá se:

1. K jako množina jmen bez struktury.
2. Malý počet prvků K, tj. lze bez výpočetních problémů prozkoumat všechny prvky a jejich kombinace. (Pozn. Vapnikova teorie učení jen pro malá $|K|$).
3. Malý počet prvků $K \Rightarrow$ představa rozkladu pozorování X na třídy ekvivalence.

   Protipříklad: poloha cíle v obrázku. Výsledkem je dvojice čísel (souřadnic).

VÝSTUPY ROZPOZNÁVÁNÍ OBRÁZKŮ

Jméno třídy ekvivalence. Např. pro obrázek z MR mozku: šedá hmota, bílá hmota, mozkomíšní mok.

Číslo. Např. poloha nějakého objektu v obrázku.

Několik čísel. Např. soubor geometrických parametrů objektu (plocha, obvod, podlouhlost, koeficienty Fourierova rozkladu popisující hranici oblasti).

Věta v jisté abecedě. Např. výsledek rozpoznávání textu (OCR).

Graf. Např. seznam součástek a vztahů mezi nimi v elektrickém schématu.

Obrázek. Mapa vytvořená z leteckého snímku.

POZNÁMKA K UČENÍ

Ve statistickém rozpoznávání, kde se prostor možných příznaků chápe jako lineární prostor, se (mylně, optimisticky) předpokládá:

- Strategie $q\colon X \to K$ je jednoduchá, protože výpočet hodnoty $q(x)$ pro známé pozorování x není výpočetně složitý. Proto i rozpoznávání je jednoduché.
- Výzkum v rozpoznávání se omezuje na učení (s učitelem i bez učitele).

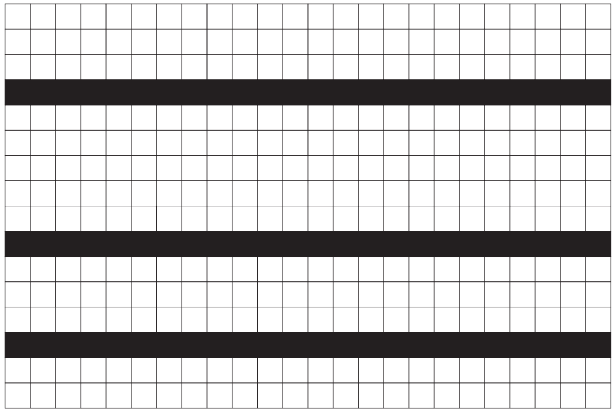
NEDOCENĚNÍ PROBLÉMU ROZPOZNÁVÁNÍ BEZ UČENÍ

Sebejistá, obvyklá, ale nabubřelá tvrzení:

- "Když je strategie $q\colon X \longrightarrow K$ známa, je problém rozpoznávání již vyřešen".
- "Když je známý statistický model $p_{XK}\colon X \times K \longrightarrow R$, pak je úloha rozpoznávání triviální".

PŘÍKLAD: OBRÁZEK S VODOROVNÝMI A SVISLÝMI ČARAMI (1)

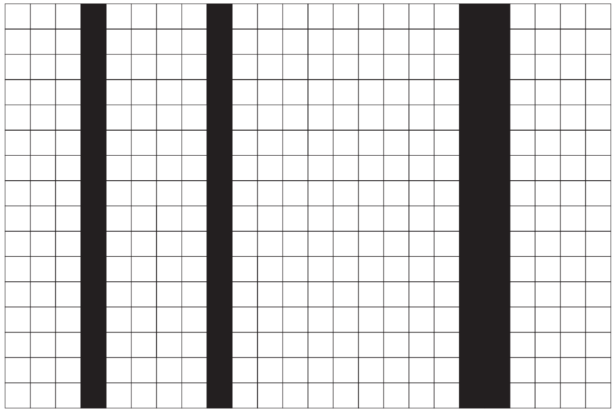
Definiční obor: $T = \{(i,j) \,|\, 1 \le i \le m;$ $1 \le j \le n\}$. Obdélník o rozměru $m \times n$.



Obor hodnot: $V = \{0, 1\}$ ={bílá, černá}.

Obrázek: $T \to V$.

i-tá vodorovná čára v_i (obrázek): $v_i(i', j) = 1$, právě když $i' = i$. $i = 1, \ldots, m$.



j-tá svislá čára s_j (obrázek): $v(i, j') = 1$, právě když $j' = j$. $j = 1, \ldots, n$.

PŘÍKLAD: OBRÁZEK S VODOROVNÝMI A SVISLÝMI ČARAMI (2)

Množina všech vodorovných čar: $v = \{v_i \mid i = 1, \ldots, m\}$.

Množina všech svislých čar: $s = \{s_j \mid j = 1, \ldots, n\}$.

Podmnožina vodorovných a svislých čar k: (neobsahuje všechny vodorovné a svislé čáry). $k \subset v \cup s$, $v \not\subset k$, $s \not\subset k$.

Množina všech možných takových podmnožin K.
$|K| = (2^m - 1)(2^n - 1)$.

Obrázek x vytvořený z podmnožiny k čar. Nakreslí se příslušné vodorovné čáry (ale ne všechny možné).

PŘÍKLAD ČÁRY. FORMULACE ÚLOHY ROZPOZNÁVÁNÍ

Dán obrázek x.

Úkolem je zjistit, jaké čáry jsou v něm nakresleny.

ŘEŠENÍ ÚLOHY (triviální)

Jistě existuje řádek i sloupec, ve kterém není čára. Proto musí existovat bílý bod $(i^*, j^*) = 0$.

Obrázek x obsahuje vodorovnou čáru v_i právě tehdy, když $x(i, j^*) = 1$, a obsahuje svislou čáru s_j, právě když $x(i^*, j) = 1$.

PŘÍKLAD ČÁRY. NEJJEDNODUŠŠÍ PORUCHY

Předpokládejme, že obrázek x nemůže bez poruch. I při nejjednodušším modelu poruch nejen úloha přestává být triviální, ale není ani řešitelná polynomiálně.

- Obrázek x poruchy změní na $x'\colon T \to \{0, 1\}$.
- V každém bodě $(i, j) \in T$ s pravděpodobností $1 - \varepsilon$ splněna rovnost $x(i, j) = x'(i, j)$ a s pravděpodobností ε je $x(i, j) \neq x'(i, j)$.
- Předpokládejme statistickou nezávislost poruch.
- Nechť jsou všechny podmnožiny $k \in K$ stejně pravděpodobné.

PŘÍKLAD ČÁRY. STATISTICKÝ MODEL

$p(x', k)$, tj. sdružená pravděpodobnost podmnožiny k a pozorování x'.

$$p(x', k) = \frac{(1-\varepsilon)^{m\,n}}{(2^m - 1)(2^n - 1)} \prod_{i=1}^{m} \prod_{j=1}^{n} \left(\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \right)^{|x'(i,j) - \alpha(i)\,\beta(j)|} ,$$

kde

$\alpha(i) = 1$, když $v_i \in k$. $\alpha(i) = 0$, když $v_i \notin k$.

$\beta(j) = 1$, když $s_j \in k$. $\beta(j) = 0$, když $s_j \notin k$.

Výpočet vzorce pro dvojici x' a k je snadný. Funkce $p(x', k)$ je také jednoznačně určena.

PŘÍKLAD ČÁRY. TĚŽKÉ ŘEŠENÍ.

Řešení úlohy se redukuje na řešení minimalizační úlohy

$$\bigl(\alpha^*(1), \ldots, \alpha^*(m)\,;\ \beta^*(1), \ldots, \beta^*(n)\bigr)$$

$$= \operatorname*{argmin}_{\substack{(\alpha(1),\ldots,\alpha(m),\\ \beta(1),\ldots,\beta(n))}} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \left| x'(i,j) - \alpha(i)\,\beta(j) \right|,$$

za podmínky, že proměnné $\alpha(i)$ a $\beta(j)$ nabývají hodnot 0 a 1.

Nynější (přesné) algoritmy potřebují čas $\approx 2^{\min(m,n)}$.

POJMY STRUKTURNÍ ANALÝZY (1)

- Objekt charakterizován množinou parametrů zapsaných do paměti, tj. pole objektu T.
- T je paměť, a ne to, co se do paměti zapisuje.
- Paměť jako množina parametrů T se skládá z paměťových buněk t obsahujícím jednotlivé parametry.
- Předpokládejme (prozatím), že parametry nabývají hodnot z jediné množiny S.
- Objekt je úplně popsán, když je pro každý parametr $t \in T$ známa jeho hodnota $s(t) \in S$.
- Popis objektu je funkce $s\colon T \to S$.

ÚLOHA ROZPOZNÁVÁNÍ. NEFORMÁLNĚ

- Úlohu rozpoznávání budeme chápat takto: na základě znalosti obsahu jedné části $T' \subset T$ paměti se má říci něco smysluplného o obsahu zbylé části paměti.
- Jinak řečeno, na základě znalosti hodnot jedněch parametrů se mají zjistit hodnoty jiných parametrů.
- Z této neformální definice je cítit příbuznost se statistickým rozpoznáváním. Zde se od samého začátku pozorovaný i skrytý parametr se chápe jako množina parametrů.

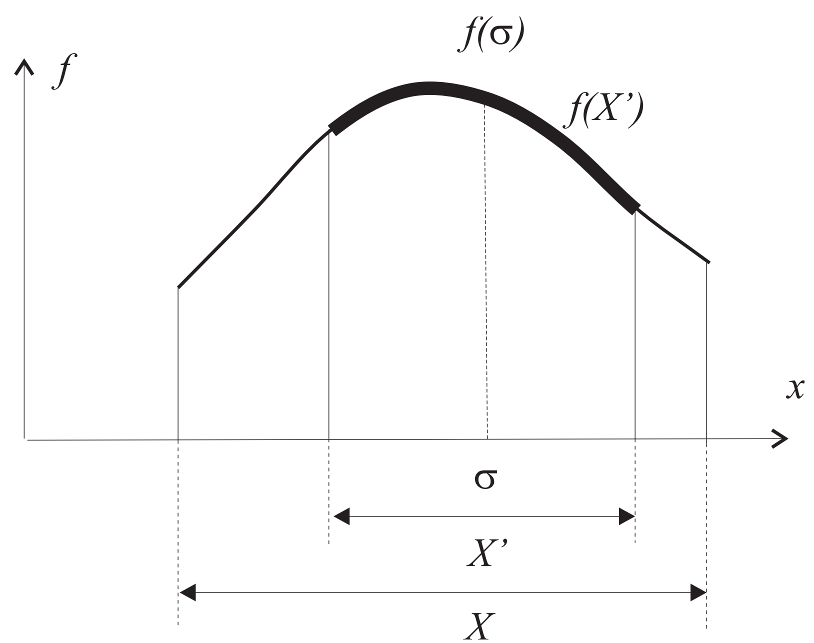
POJMY STRUKTURNÍ ANALÝZY (2)

- X a Y jsou množiny. Množina všech možných funkcí tvaru $X \to Y$ se označuje Y^X. Dále platí $|Y^X| = |Y|^{|X|}$.
- Nechť je $f \in Y^X$ funkce tvaru $X \to Y$. Nechť $X' \subset X$. Zúžení funkce $f\colon X \to Y$ na podmnožinu $X' \subset X$ je definováno jako $f'\colon X' \to Y$, kde pro $x \in X'$ platí $f'(x) = f(x)$.
- Zaveďme značení $f(X')$ zúžení $f\colon X \to Y$ na podmnožinu $X' \subset X$.

  Mějme jeden bod $\sigma \in X$. $f(\sigma)$ je hodnotou funkce v bodě σ, tedy zúžení funkce $f\colon X \to Y$ na $\{\sigma\} \subset X$.

POJMY STRUKTURNÍ ANALÝZY (3, zúžení)

- Označení $f(X')$ použijeme, i když X' není bodem, ale podmnožinou. $f(X')$ již není jednou hodnotou, ale funkcí definovanou na podmnožině X'



- Podle argumentu funkce $f(X')$ uvnitř kulatých závorek se snadno pozná, je-li výsledkem jediná hodnota nebo funkce.

POZOROVATELNÉ A SKRYTÉ POLE

Uvažujme rozklad pole objektů (tj. množiny) na dvě podmnožiny:

1. Pozorovatelné pole Tx, tj. množinu pozorovatelných parametrů.
2. Skryté pole Tk, tj. množinu nepozorovatelných parametrů.
3. Pozn. Písmena x, k jsou součástí identifikátoru, ne indexem.

ÚLOHA ROZPOZNÁVÁNÍ (NEFORMÁLNĚ)

- Existuje funkce $s\colon T \longrightarrow S$, která není známa, ale je definována na známé množině T a nabývá hodnot ze známé množiny S.
- Je známo zúžení $x\colon Tx \longrightarrow S$ funkce s na známé pozorované pole $Tx \subset T$.
- Má se zjistit zúžení $k\colon Tk \longrightarrow S$ funkce s na skryté pole $Tk \subset T$, tj. zjistit funkci $s\colon T \longrightarrow S$, kde $T = Tx \cup Tk$.
- Funkci $s\colon T \longrightarrow S$ sestavené z funkcí $x\colon Tx \longrightarrow S$ a $k\colon Tk \longrightarrow S$ budeme říkat úplný popis objektu.

ÚLOHA ROZPOZNÁVÁNÍ (2)

Skrytá funkce $k: Tk \longrightarrow S$ by se dala zjistit na základě pozorované funkce $x: Tx \longrightarrow S$ pouze tehdy, kdyby byl apriori známý vztah mezi funkcemi $k: Tk \longrightarrow S$ a $x: Tx \longrightarrow S$, tj. pokud by bylo známé jisté omezení na úplný popis $s: T \longrightarrow S$ objektu.

Tento vztah definujeme dvěma způsoby:

1. Určí se podmnožina $L \subset S^T$ hodnot parametrů připustných pro objekt, tj. ty funkce $s: T \longrightarrow S$, které se vůbec mohou vyskytnout.

2. Určí se funkce $p_T: S^T \longrightarrow R$, která pro každou funkci $s: T \longrightarrow S$, tj. pro každý soubor hodnot parametrů, ukazuje, s jakou pravděpodobností $p_T(s)$ se tato funkce (tedy i tento soubor) může vyskytnout.

VAZBA MEZI STATISTICKÝMI A STRUKTURNÍMI METODAMI

- Nastíněný vztah mezi pozorovatelnými a skrytými parametry je šíjí spojující statistické a strukturní rozpoznávání.
- Strukturní rozpoznávání je částí statistického rozpoznávání. Pravděpodobnost dvojic (x, k), jakož i sama tato dvojice se definuje pomocí svých vlastních specifických prostředků.

PŘÍPUSTNÁ PODMNOŽINA PARAMETRŮ

- Množině $\mathcal{T} = \{T_1, T_2, \ldots, T_m\}$ podmnožin pole objektu T budeme říkat struktura pole.

- Každému prvku struktury pole budeme říkat fragment pole.

- Počtu prvků v největším fragmentu struktury $\mathcal{T}$, tj. číslu $\max_{T' \in \mathcal{T}} |T'|$, budeme říkat řád struktury.

- Nechť je $\mathcal{T}$ struktura a pro každý fragment $T' \in \mathcal{T}$ je určena jistá podmnožina $L_{T'} \subset S^{T'}$. Funkce $s\colon T \to S$ se definuje jako přípustná, když její zúžení na každý fragment T' ze struktury $\mathcal{T}$ patří do $L_{T'}$.

  Strukturní rozpoznávání je možné použít, jen když lze složitou množinu rozložit na řadu jednodušších.

ROZDĚLENÍ PRAVDĚPODOBNOSTI p_T

$p_T\colon S^T \to R$ se definuje takto:

- Pro každý fragment T' ze struktury $\mathcal{T}$ je určeno rozdělení pravděpodobnosti $p_{T'}\colon S^{T'} \to R$, tj. funkce, která pro každou funkci tvaru $T' \to S$ určuje její pravděpodobnost.
- Jaký je vztah mezi rozdělením pravděpodobnosti p_T a rozděleními pravděpodobnosti na fragmentech T'?
- Předpokládejme, že se generuje náhodná funkce $s\colon T \to S$ podle původního rozdělení p_T. Zúžení této náhodné funkce na fragment T' je $s(T')$.
- Rozdělení pravděpodobnosti těchto redukovaných jevů je $p_{T'}(s(T'))$.

PŘÍKLAD: PRAVDĚPODOBNOSTI NA FRAGMENTECH A CELKU

- Nechť $T = \{1, 2, 3\}$. Struktura $\mathcal{T}$ obsahuje dvojice $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{2, 3\}$.
- Uvažujeme tři náhodné veličiny s_1, s_2, s_3. Rozdělení jejich sdružených pravděpodobností popisuje funkce $p_T(s_1, s_2, s_3)$.
- Tato funkce není známa, ale jsou známy tři rozdělení sdružených pravděpodobností $p_{\{12\}}(s_1, s_2)$, $p_{\{13\}}(s_1, s_3)$ a $p_{\{23\}}(s_2, s_3)$, které omezují možný tvar funkce $p_T(s_1, s_2, s_3)$.

$$
\begin{aligned}
p_{\{12\}}(s_1, s_2) &= \sum_{s_3} p_T(s_1, s_2, s_3)\ , \ p_{\{13\}}(s_1, s_3) = \sum_{s_2} p_T(s_1, s_2, s_3 \\
p_{\{23\}}(s_2, s_3) &= \sum_{s_1} p_T(s_1, s_2, s_3)\ .
\end{aligned}
$$

DODATEČNÉ PŘEDPOKLADY O PRAVDĚPODOBNOSTECH

- Uvedené předpoklady (těsně před příkladem) neurčují pravděpodobnost jednoznačně.
- Pomohou předpoklady markovského typu.
- Tím se zužuje možnost použití metod, ale i tak oblast zůstává dosti široká.

PŘÍKLAD ČÁRY (1)
pole objektu, pozorovatelné pole

- Pro uchování plného popisu objektu je potřebné mít $(mn + m + n)$ buněk paměti. $(mn$ buněk$)$ reprezentuje obrázek množinu vodorovných čar m buněk a množinu svislých čar n buněk.
- Množina buněk, tj. pole objektu T, je množina $\{(i, j) \mid 0 \leq i \leq m,\ 0 \leq j \leq n,\ i + j \neq 0\}$.
- Jen část buněk v T obsahuje informace o obrázku, tj. pozorovatelné pole Tx. Touto částí je $\{(i, j) \mid 1 \leq i \leq m,\ 1 \leq j \leq n\}$.

PŘÍKLAD ČÁRY (2)
skryté pole, obor hodnot

- Skryté pole Tk uchovává informaci o vodorovných a svislých čarách, množina $\{(i,0) \mid 1 \le i \le m\} \cup \{(0,j) \mid 1 \le j \le n\}$.
- Oborem hodnot S zapsaných do paměťových buněk je $\{0,1\}$.
  - V buňkách paměti pozorovatelného pole Tx hodnoty reprezentují hodnoty jasu (bílá, černá).
  - V buňkách paměti skrytého pole Tk je reprezentována informace o přítomnosti příslušné čáry v obrázku.

PŘÍKLAD ČÁRY (3)
vztah mezi parametry, struktura objektu $\mathcal{T}$

- Vztah mezi všemi parametry objektu je vyjádřen strukturou třetího řádu (bez uvažování poruch i při poruchách).
- Struktura objektu $\mathcal{T}$ obsahuje trojice buněk, tj. $\mathcal{T} = \{((i,0),(0,j),(i,j)) \mid 1 \le i \le m,\ 1 \le j \le n\}$.

PŘÍKLAD ČÁRY (4)
struktura objektu $\mathcal{T}$, případ bez poruch

- Zúžení popisu $s: T \to S$ je dáno dovolenými trojicemi hodnot $(s(i,0), s(0,j), s(i,j))$, které se mohou vyskytnout ve fragmentu $((i,0),(0,j),(i,j))$.
- Strukturou objektu $\mathcal{T}$ je formálně vyjádřen vztah mezi skrytými a pozorovatelnými parametry.

  Buňka (i,j) může být černá, jen když je na obrázku zobrazena i-tá vodorovná čára nebo j-tá svislá čára.

PŘÍKLAD ČÁRY (5)

struktura objektu $\mathcal{T}$, případ s poruchami

- Pro každou trojici $(s(i,0),\ s(0,j),\ s(i,j))$ dána její pravděpodobnost, tj. $|S|^3 = 8$ čísel.
- V našem nejjednodušším případě předpokládáme, že pravděpodobnosti nezávisí na souřadnicích (i,j).
- Tabulka pravděpodobností:

		$s(i,j)=1$	$s(i,j)=0$
$s(i,0)=0$	$s(0,j)=0$	$\frac{1}{4}\varepsilon$	$\frac{1}{4}(1-\varepsilon)$
$s(i,0)=0$	$s(0,j)=1$	$\frac{1}{4}(1-\varepsilon)$	$\frac{1}{4}\varepsilon$
$s(i,0)=1$	$s(0,j)=0$	$\frac{1}{4}(1-\varepsilon)$	$\frac{1}{4}\varepsilon$
$s(i,0)=1$	$s(0,j)=1$	$\frac{1}{4}(1-\varepsilon)$	$\frac{1}{4}\varepsilon$

JEN POJMY STRUKTURNÍ ANALÝZY

- Úloha rozpoznávání ještě nebyla definována.
- Seznámili jsme se s pojmy, předcházejícími formulaci úlohy.
- Analogie úvodní věty ve statistickém rozpoznávání: "nechť X a K jsou dvě konečné množiny, na jejichž kartézském součinu je definována funkce $p_{XK}\colon X \times K \to R$".

ÚVODNÍ VĚTA STRUKTURNÍ ANALÝZY

- T a S jsou dvě konečné množiny. Pole objektu T je množina parametrů. S je množina hodnot, kterých nabývá každý z parametrů.
- $Tx \subset T$ je podmnožina pozorovaných parametrů.
- $Tk = T \setminus Tx$ je množina skrytých parametrů.
- Struktura $\mathcal{T}$ je konečná množina podmnožin T. Pro $T' \in \mathcal{T}$ je určena:
  - buď podmnožina $L_{T'} \subset S^{T'}$;
  - nebo rozdělení pravděpodobnosti $p_{T'}\colon S^{T'} \to R$.

PŘÍKLAD: ROZPOZNÁVÁNÍ V OBRÁZCÍCH

- Při řešení praktických úloh se dvojí přirozenost (statistická i strukturní) má využít současně.
- Obvykle nelze použít čistě statistických metod v určité etapě zpracování a pak čistě strukturních metod.
- Obojí se má realizovat současně.

ZÁVĚR:
Co se ve strukturním rozpoznávání umí?

Markovské posloupnosti (a necyklické struktury).

- Rozpoznávání: Viterbiho algoritmus (dynamické programování).
- Učení: Baumův-Welshův algoritmus.
- Acyklické struktury – M.I. Schlesinger.

Levensteinova shoda mezi výrazem a regulárním jazykem.

Úloha značkování (jen její speciální případy).

Dvojrozměrné zobecnění pro bezkontextové jazyky – pokus o formalizaci pro obrázky.