Kinematika

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36

Kinematika studuje geometrii pohybu robotu a trajektorie, po kterých se pohybují jednotlivé body. Klíčový pojem je

Kinematika studuje geometrii pohybu robotu a trajektorie, po kterých se pohybují jednotlivé body. Klíčový pojem je poloha.

m p
1 2
3 4
5 6
7 8
9 10
11 12
13 14
15 16
17 18
19 20
21 22
23 24
25 26
27 28
29 30
31 32
33 34
35 36

Kinematika studuje geometrii pohybu robotu a trajektorie, po kterých se pohybují jednotlivé body. Klíčový pojem je poloha.

Statika

Kinematika studuje geometrii pohybu robotu a trajektorie, po kterých se pohybují jednotlivé body. Klíčový pojem je poloha.

Statika studuje vliv sil působících na robota v klidu a jejich vliv na jeho deformace. Klíčový pojem je

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36

Kinematika studuje geometrii pohybu robotu a trajektorie, po kterých se pohybují jednotlivé body. Klíčový pojem je poloha.

Statika studuje vliv sil působících na robota v klidu a jejich vliv na jeho deformace. Klíčový pojem je pružnost.

Kinematika studuje geometrii pohybu robotu a trajektorie, po kterých se pohybují jednotlivé body. Klíčový pojem je poloha.

Statika studuje vliv sil působících na robota v klidu a jejich vliv na jeho deformace. Klíčový pojem je pružnost.

Dynamika

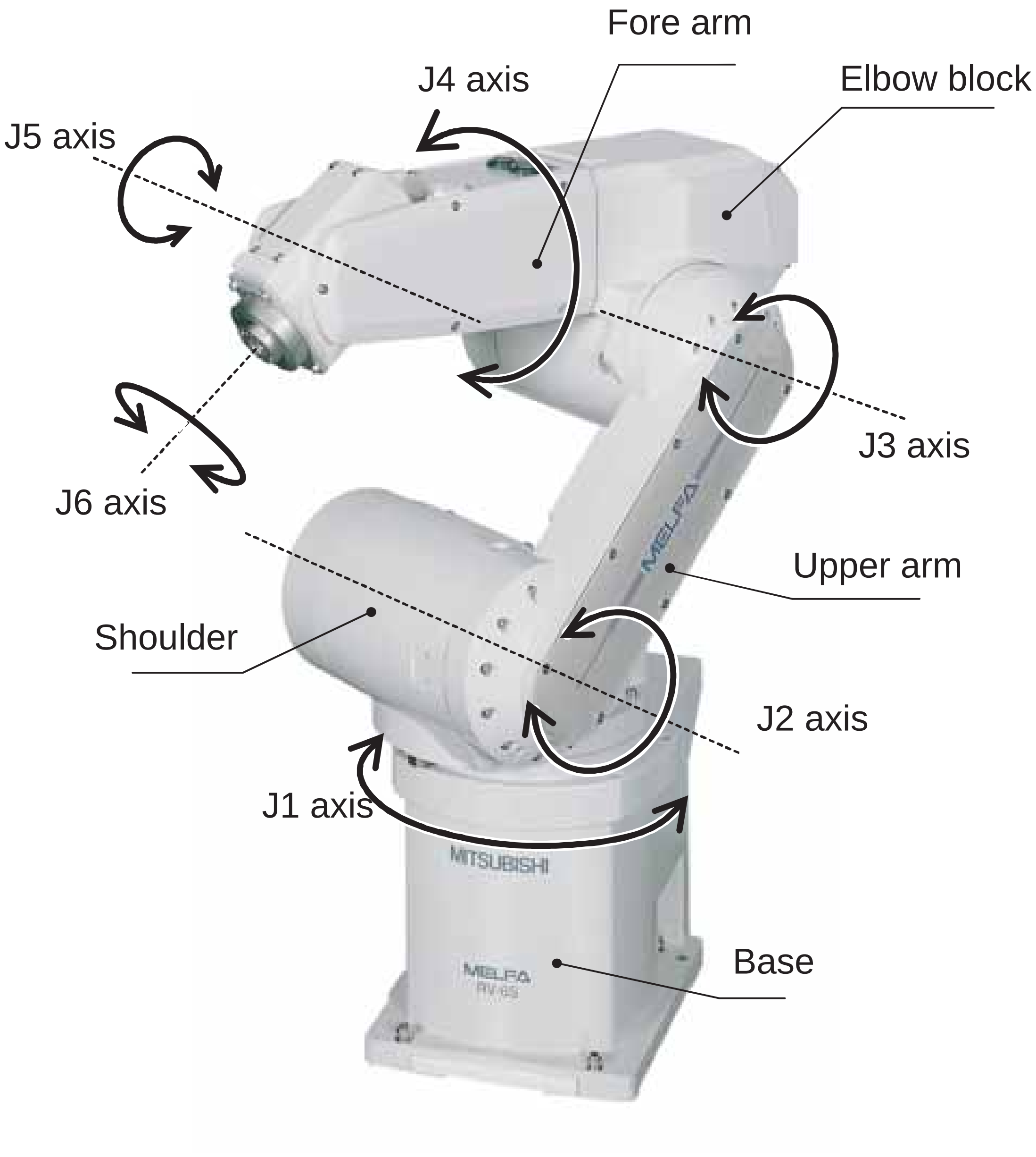
Kinematika studuje geometrii pohybu robotu a trajektorie, po kterých se pohybují jednotlivé body. Klíčový pojem je poloha.

Statika studuje vliv sil působících na robota v klidu a jejich vliv na jeho deformace. Klíčový pojem je pružnost.

Dynamika analyzuje vliv sil a momentů na robota za pohybu.

Použité pojmy a zákony mohou být použity na jakékoliv mechanické stroje.

Kinematika – Terminologie



Rameno (link) je pevná část robotu.

Kloub (joint) je část robotu, která umožňuje řízený nebo volný pohyb dvou ramen, které spojuje.

Chapadlo (end effector) je část manipulátoru, sloužící k uchopování nebo namontování dalších nástrojů (svařovací hlavice, stříkací hlavice,...).

Základna (rám, base) je část manipulátoru, která je pevně spojena se zemí.

Kinematická dvojice (kinematic pair) je dvojice ramen spojených kloubem.

Kinematika – Terminologie II

Kinematický řetězec je množina ramen spojených klouby. Kinematický řetězec může být reprezentován grafem. Uzly grafu představují ramena a hrany predstavují klouby.

Mechanismus je kinematický řetězec, jehož jedno rameno je připevněno k zemi.

Otevřený kinematický řet. je řetězec, který může být popsán acyklickým grafem.

Smíšený kinematický řet., graf obsahuje smyčku.

Paralelní manipulátor obsahuje ekvivalentní smyčky.

1 2
3 4
5 6
7 8
9 10
11 12
13 14
15 16
17 18
19 20
21 22
23 24
25 26
27 28
29 30
31 32
33 34
35 36

Počet stupňů volnosti (intuitivní definice) je minimální počet nezávislých parametrů, které jednoznačně systém popisují.

Příklady:

Počet stupňů volnosti (intuitivní definice) je minimální počet nezávislých parametrů, které jednoznačně systém popisují.

Příklady:

Bod v prostoru má

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36

Počet stupňů volnosti (intuitivní definice) je minimální počet nezávislých parametrů, které jednoznačně systém popisují.

Příklady:

Bod v prostoru má 3 DOF.

Počet stupňů volnosti (intuitivní definice) je minimální počet nezávislých parametrů, které jednoznačně systém popisují.

Příklady:

Bod v prostoru má 3 DOF.

Bod v rovině má

Počet stupňů volnosti (intuitivní definice) je minimální počet nezávislých parametrů, které jednoznačně systém popisují.

Příklady:

Bod v prostoru má 3 DOF.

Bod v rovině má 2 DOF.

m p
1 2
3 4
5 6
7 8
9 10
11 12
13 14
15 16
17 18
19 20
21 22
23 24
25 26
27 28
29 30
31 32
33 34
35 36

Počet stupňů volnosti (intuitivní definice) je minimální počet nezávislých parametrů, které jednoznačně systém popisují.

Příklady:

Bod v prostoru má 3 DOF.

Bod v rovině má 2 DOF.

Tuhé těleso v rovině má

Počet stupňů volnosti (intuitivní definice) je minimální počet nezávislých parametrů, které jednoznačně systém popisují.

Příklady:

Bod v prostoru má 3 DOF.

Bod v rovině má 2 DOF.

Tuhé těleso v rovině má 3 DOF.

Počet stupňů volnosti (intuitivní definice) je minimální počet nezávislých parametrů, které jednoznačně systém popisují.

Příklady:

Bod v prostoru má 3 DOF.

Bod v rovině má 2 DOF.

Tuhé těleso v rovině má 3 DOF.

Tuhé těleso v prostoru má

Počet stupňů volnosti (intuitivní definice) je minimální počet nezávislých parametrů, které jednoznačně systém popisují.

Příklady:

Bod v prostoru má 3 DOF.

Bod v rovině má 2 DOF.

Tuhé těleso v rovině má 3 DOF.

Tuhé těleso v prostoru má 6 DOF.

Kinematika – Počet stupňů volnosti

Počet stupňů volnosti je důležitý pojem nejen v robotice. Zde je několik souvisejících definic:

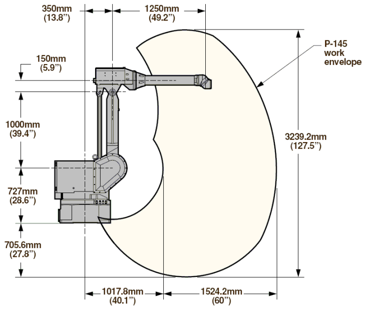
Okolní prostor – prostor, ve kterém robot nebo mechanismus pracuje, obvykle E^2 (rovina, planární manipulátor) nebo E^3 (prostor). Je to Euklidovský prostor (nebo jeho aproximace).

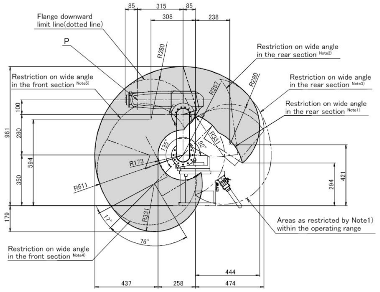
Operační prostor

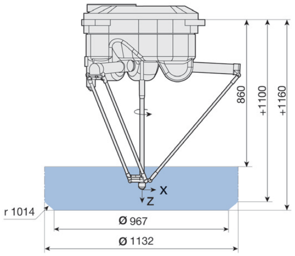
je podprostor okolního prostoru, do kterého může při pohybu robot zasáhnout některou ze svých částí.

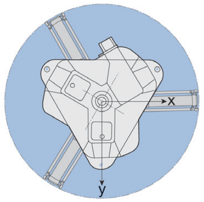
Pracovní obálka (pracovní prostor 3-D)

je podprostor okolního prostoru, kde kam robot může sahnout referenčním bodem chapadla.









Kinematika – Počet stupňů volnosti

Obvykle studujeme možné polohy manipulovaného objektu nebo nástroje. Předpokládejme, že manipulovaný objekt je tuhé těleso

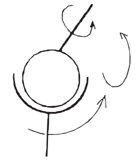
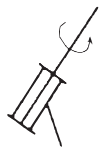
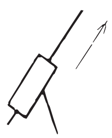
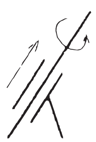
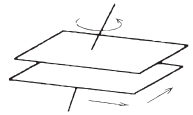
Poloha tuhého tělesa ve třírozměrném okolním prostoru může být popsána šesti parametry. Význam těchto parametrů závisí na zvolené parametrizaci, např. souřadnice zvoleného bodu (3 parametry) a orientace určená třemi úhly.

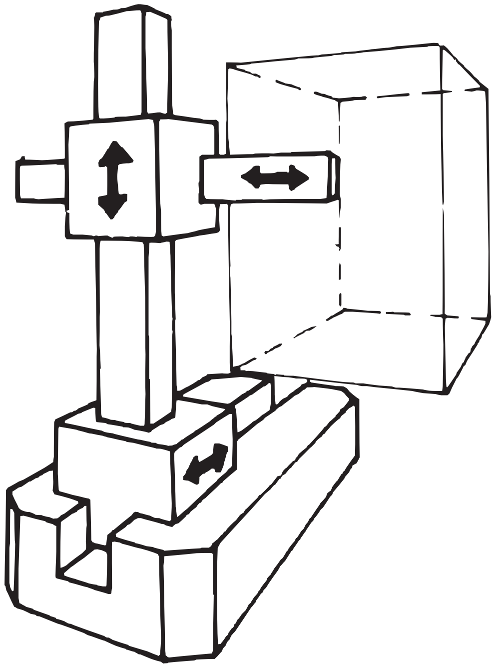
Prostor všech poloh je šestirozměrný prostor reprezentující všechny možné polohy tuhého tělesa.

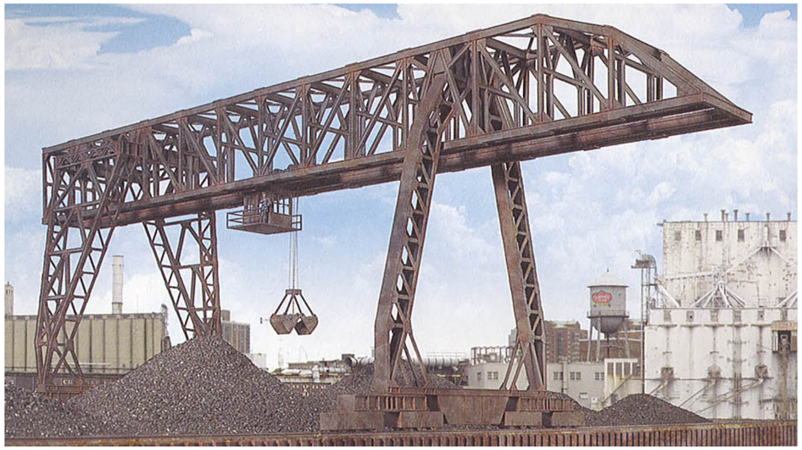
Poloha chapadla může být studována v prostoru všech poloh.

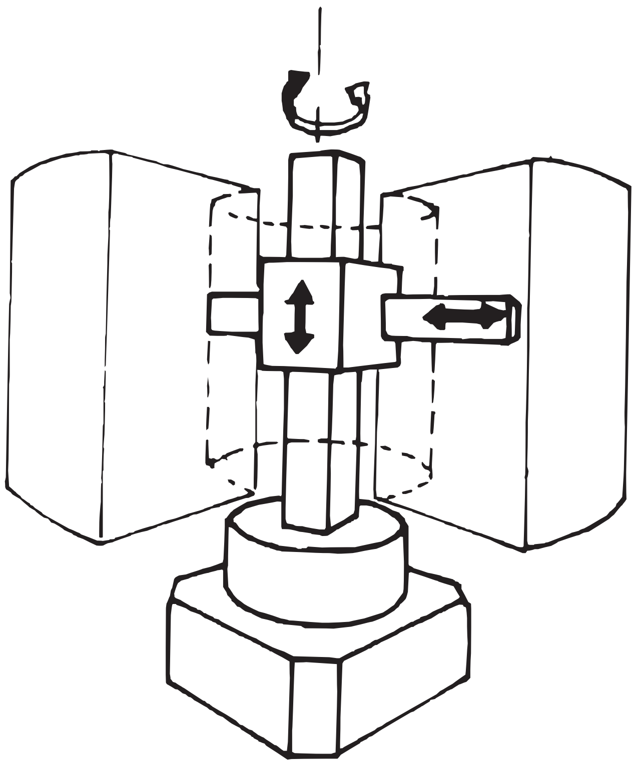
Pracovní prostor je podprostor prostoru všech poloh obsahující všechny polohy, které může chapadlo zaujmout. Řešitelnost konkrétní úlohy musíme posuzovat v tomto šestirozměrném pracovním prostoru.

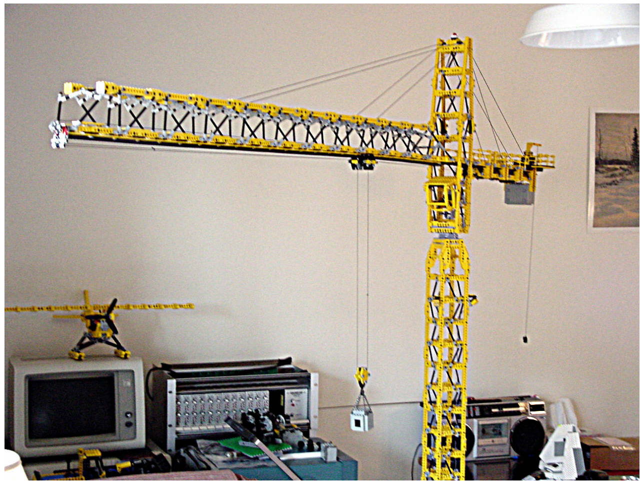
Druhy kinematických dvojic

Symbol	Název	má/odnímá DOF
	sférická	3 / 3
	rotační	1 / 5
	posuvná	1 / 5
	válcová	2 / 4
	plochá	3 / 3

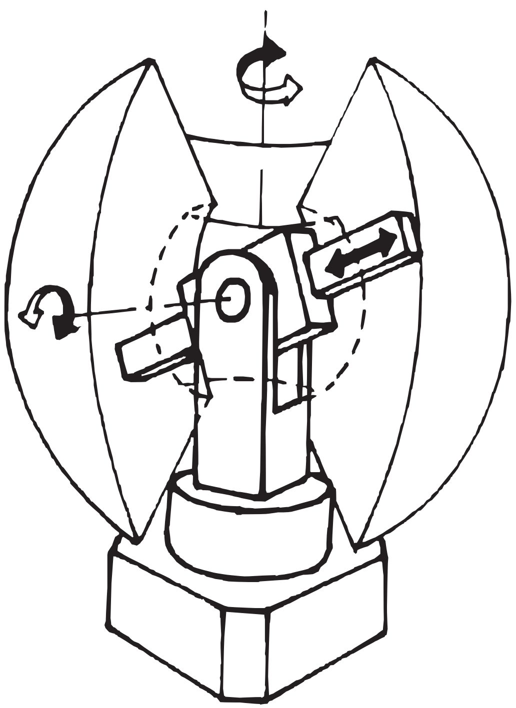


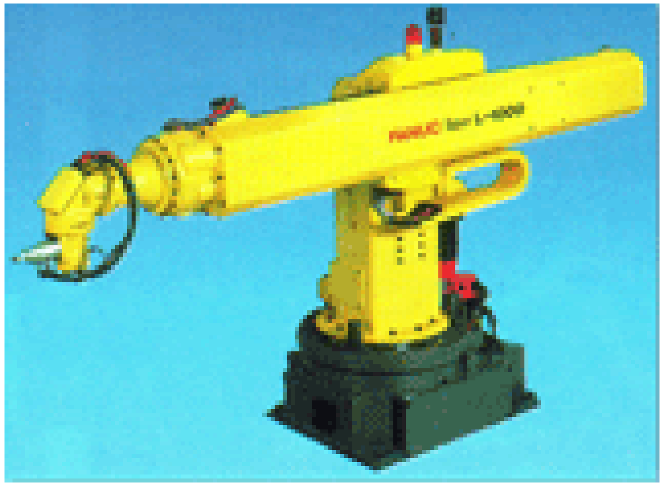




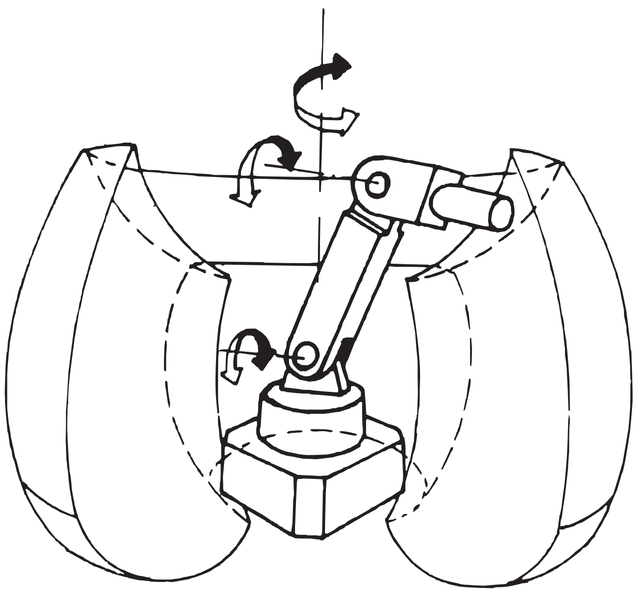


Typická struktura manipulátoru – Sférická – RRP

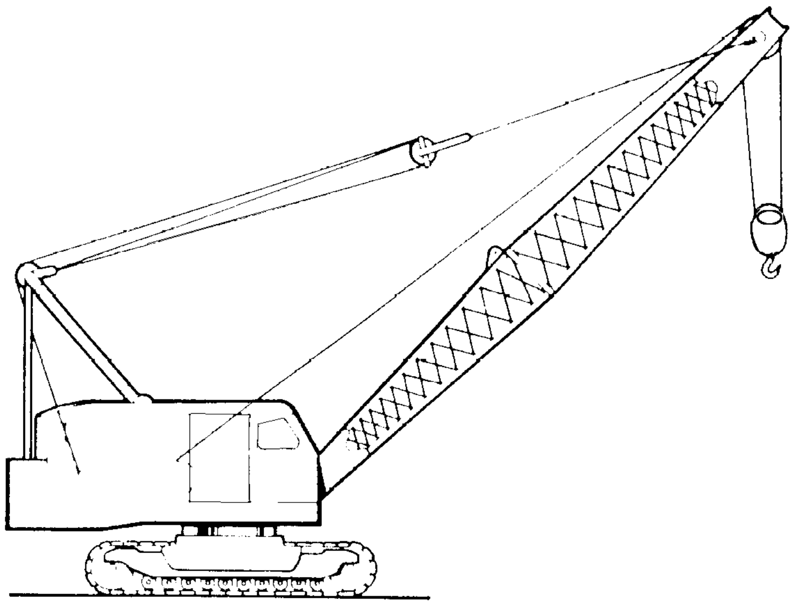


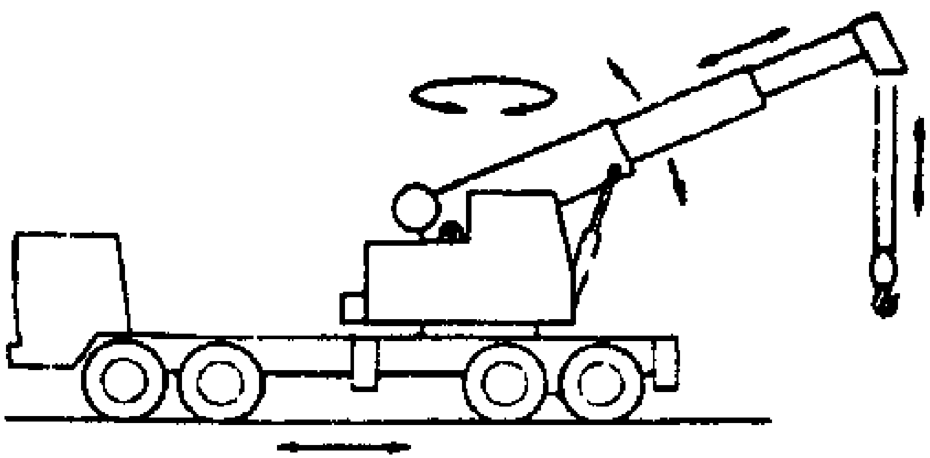


Typická struktura manipulátoru – Angulární – RRR

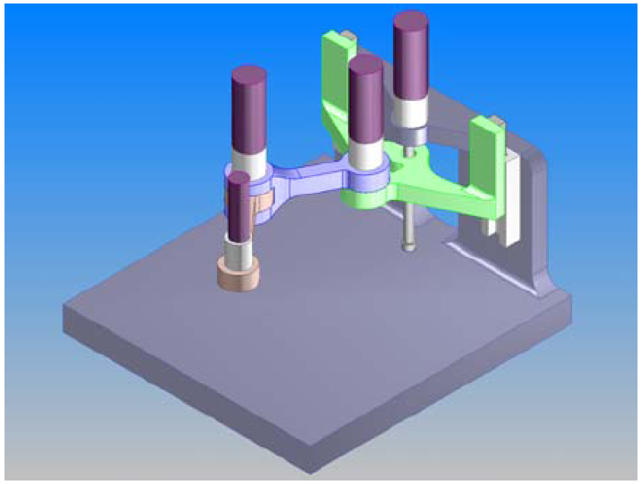


Typická struktura manipulátoru – jeřáby RRP a RRPP



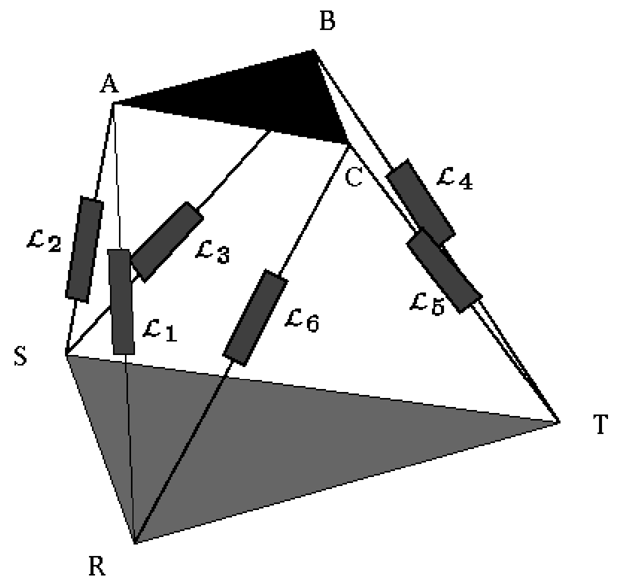


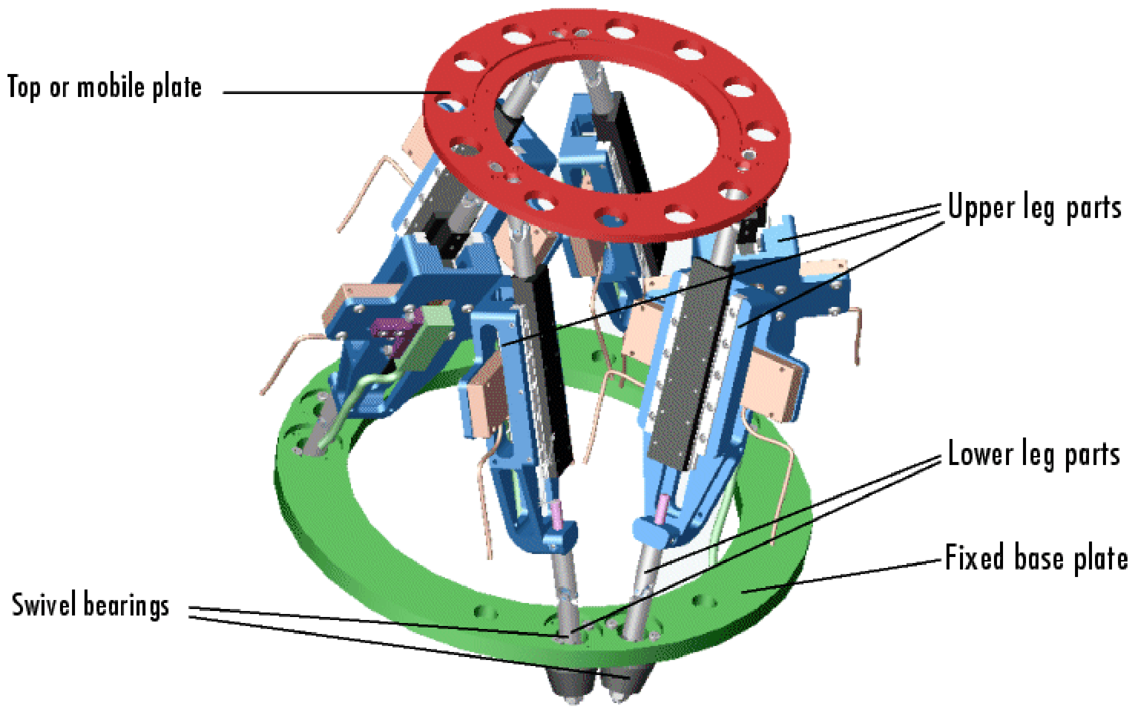
m p
1 2
3 4
5 6
7 8
9 10
11 12
13 14
15 16
17 18
19 20
21 22
23 24
25 26
27 28
29 30
31 32
33 34
35 36

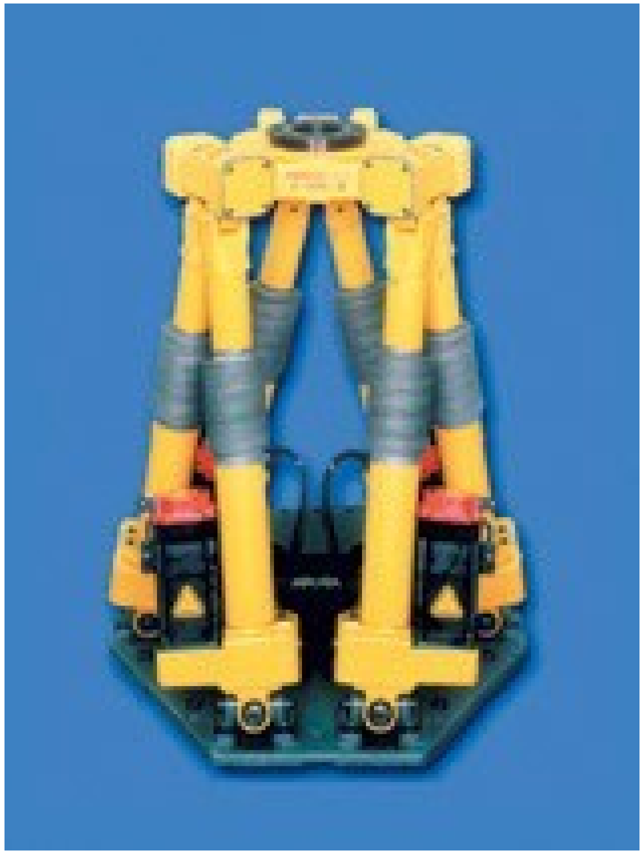


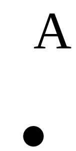
Animace převzaty z webu Masuda Salimianiho

Typická struktura manipulátoru – Stewartova plošina

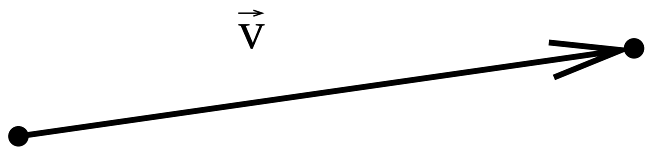


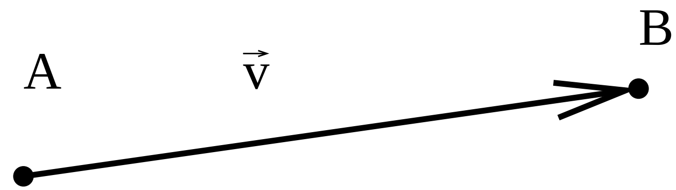


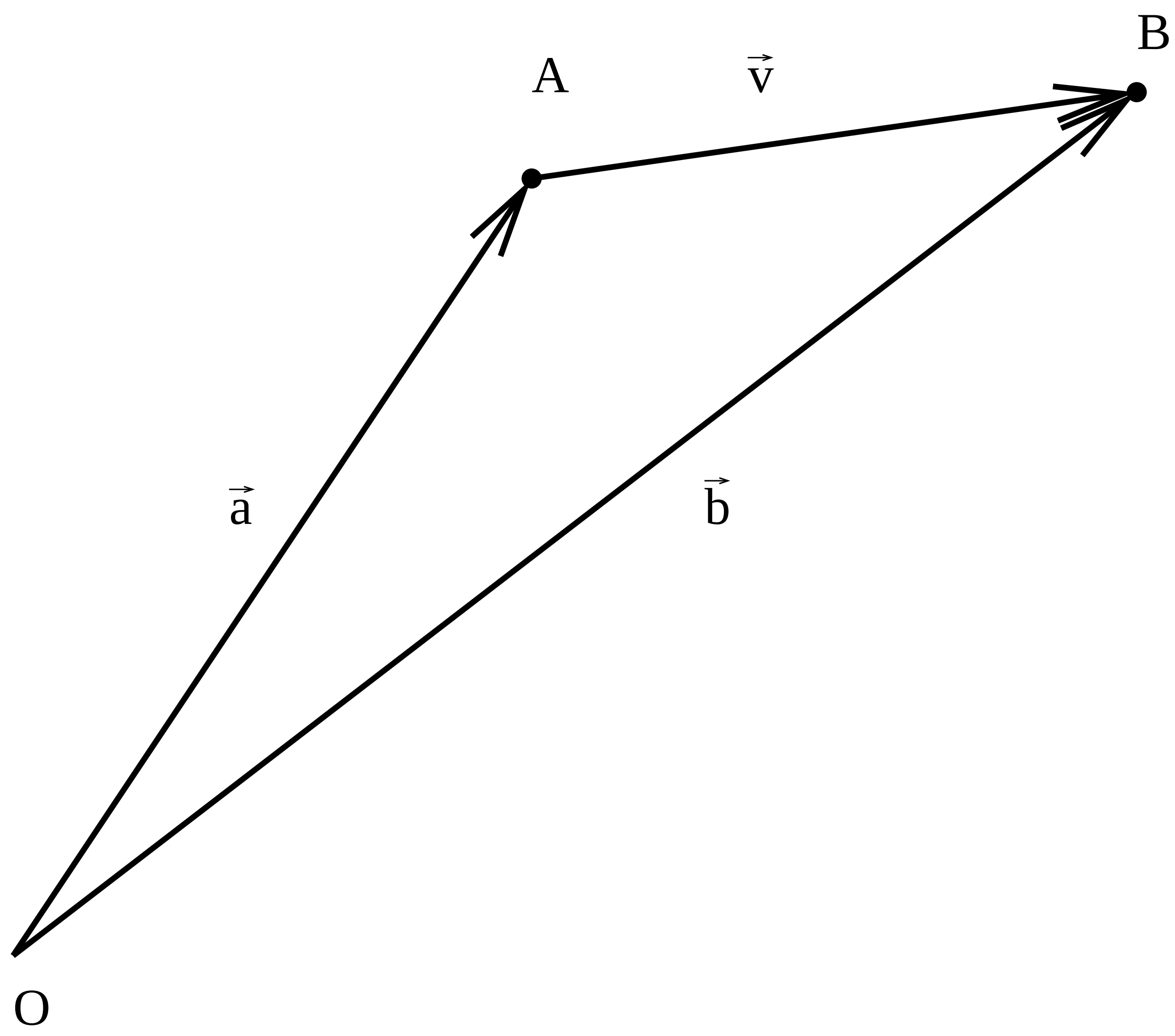


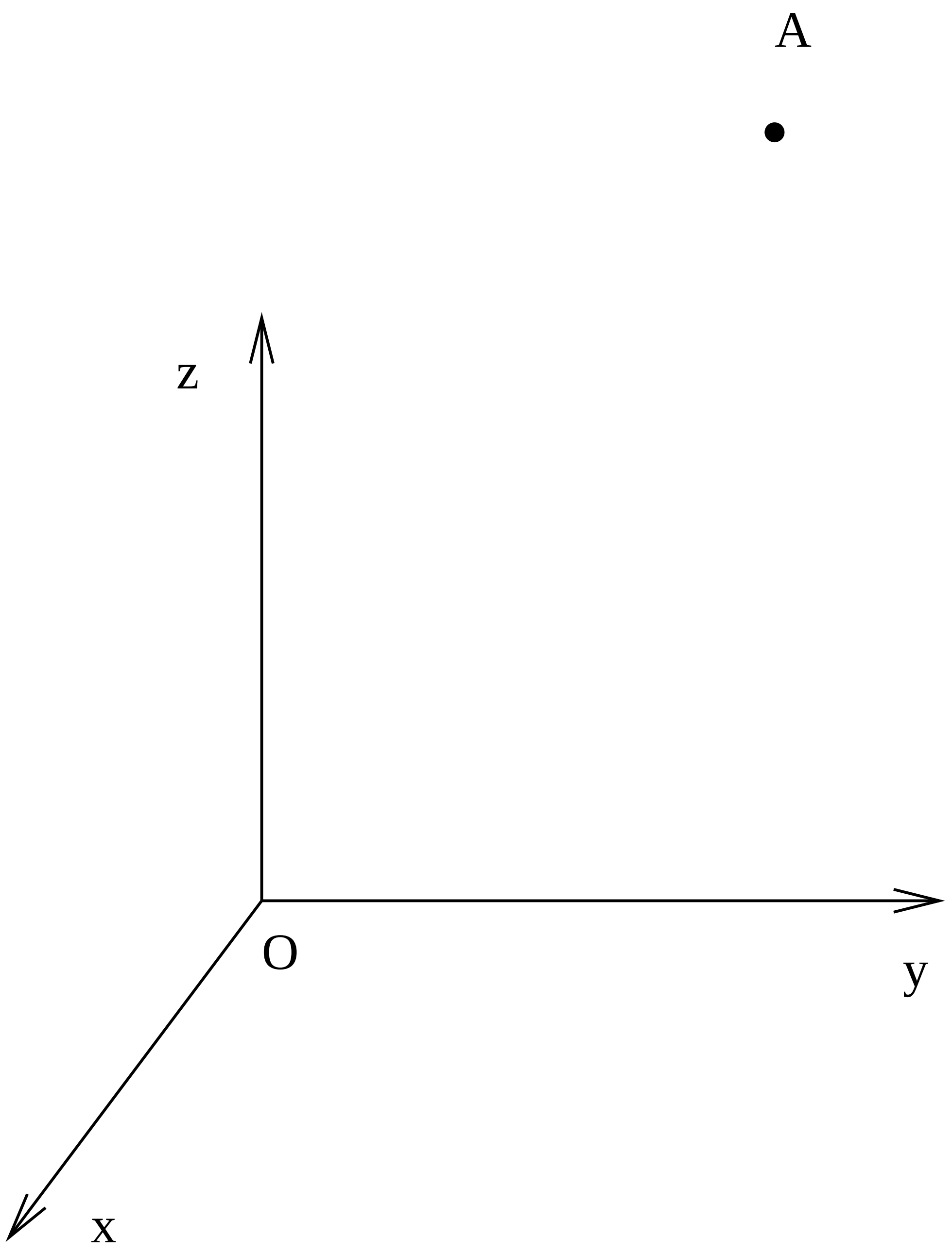


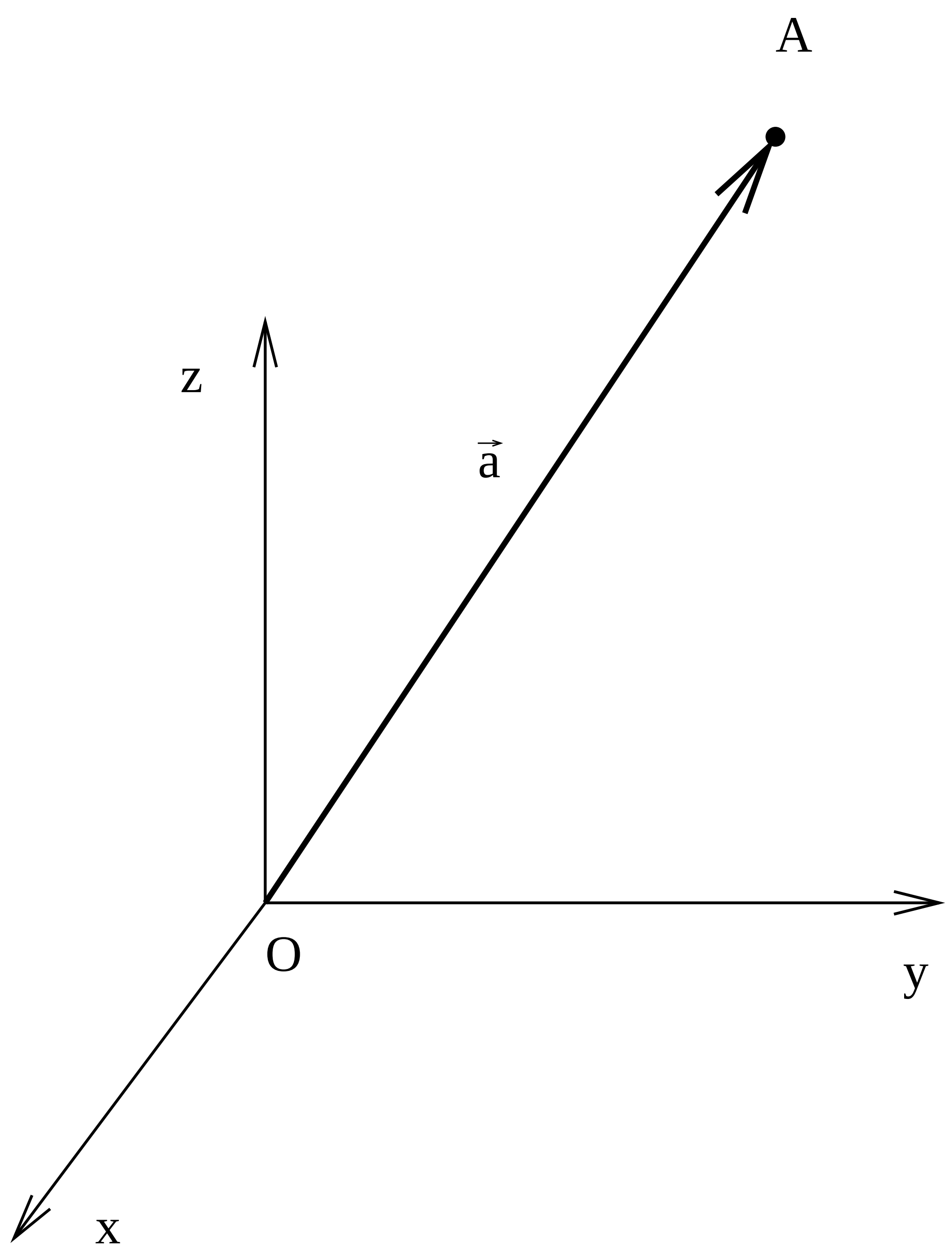
m p
1 2
3 4
5 6
7 8
9 10
11 12
13 14
15 16
17 18
19 20
21 22
23 24
25 26
27 28
29 30
31 32
33 34
35 36

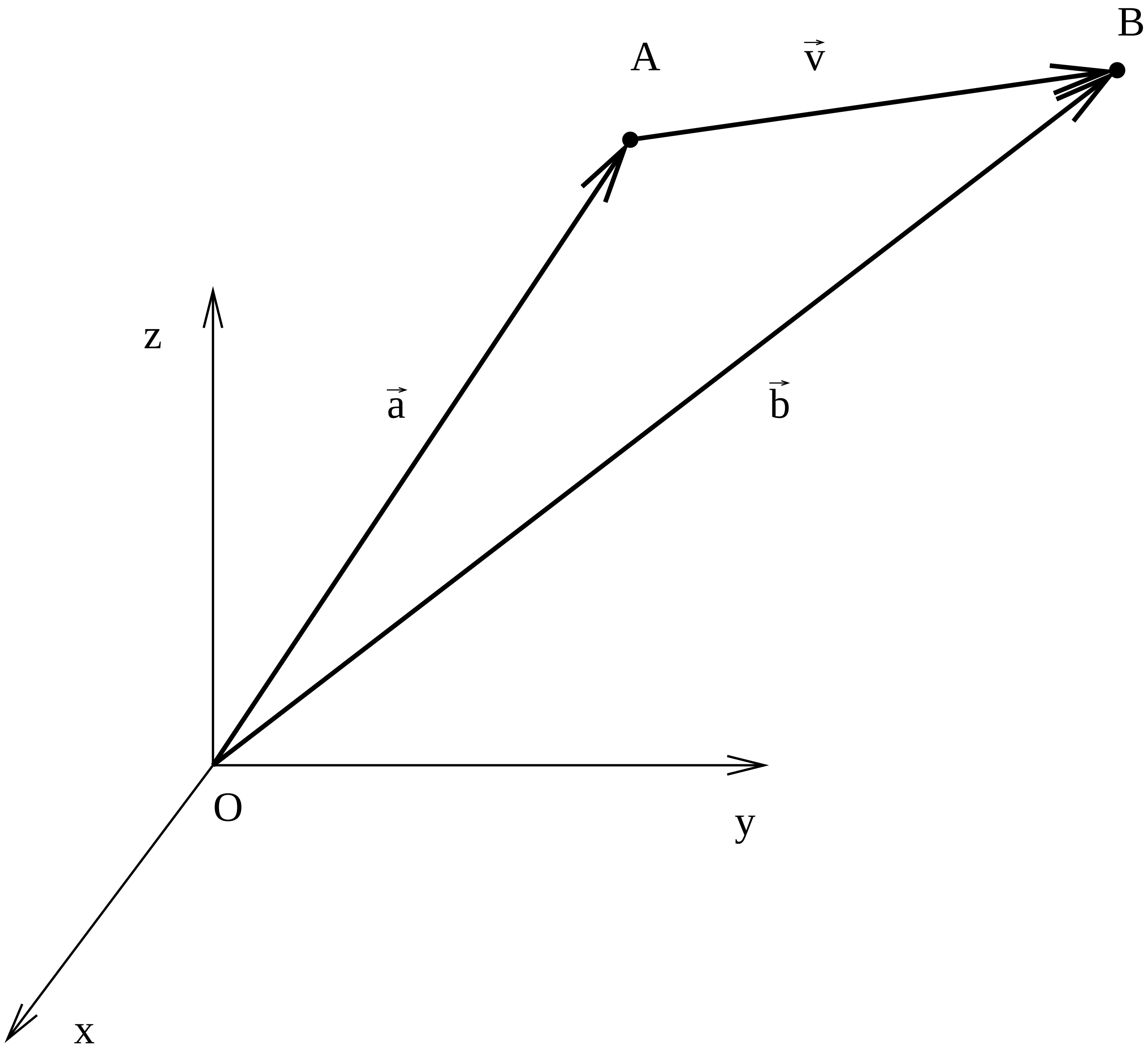

$\vec{v}$

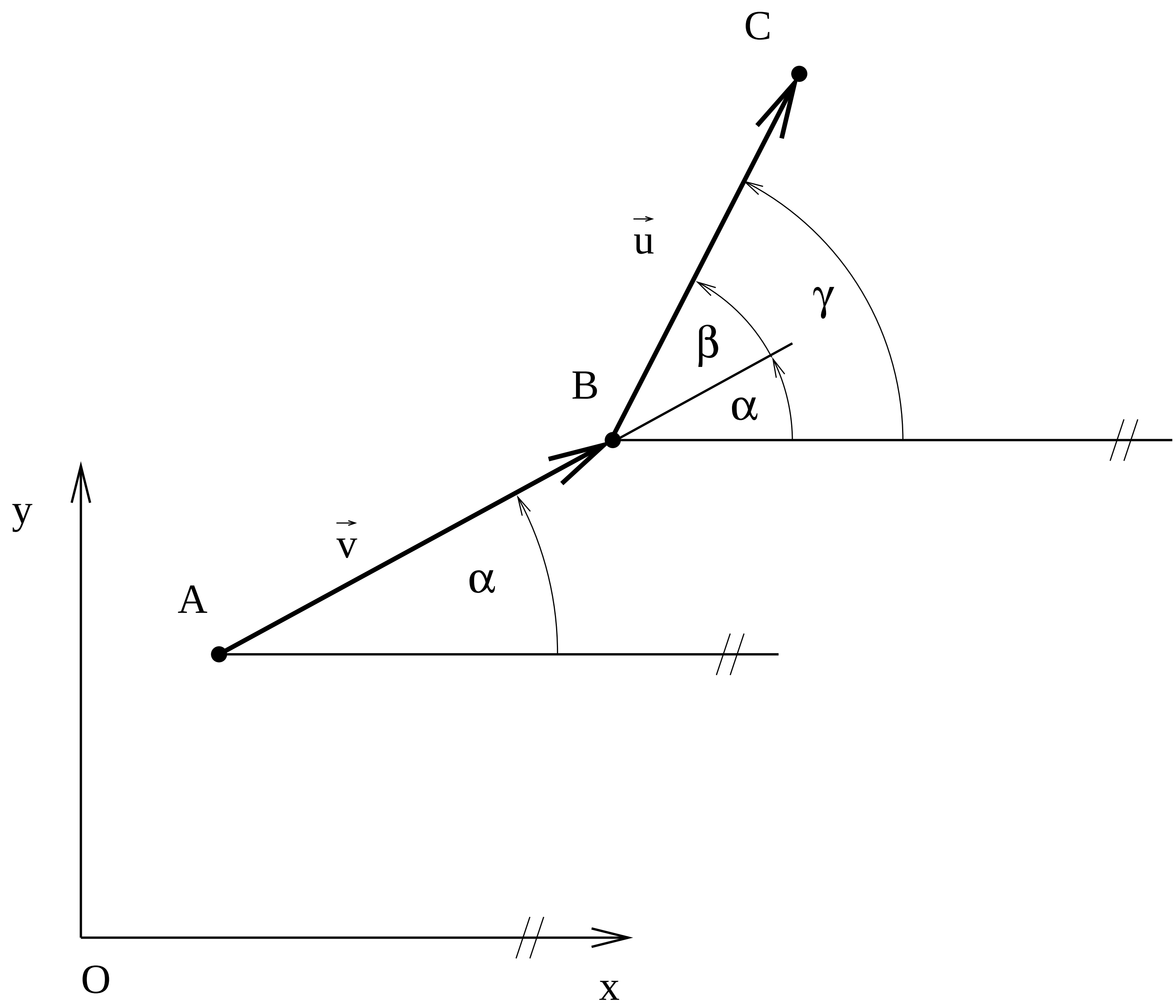

A
$\vec{v}$
B

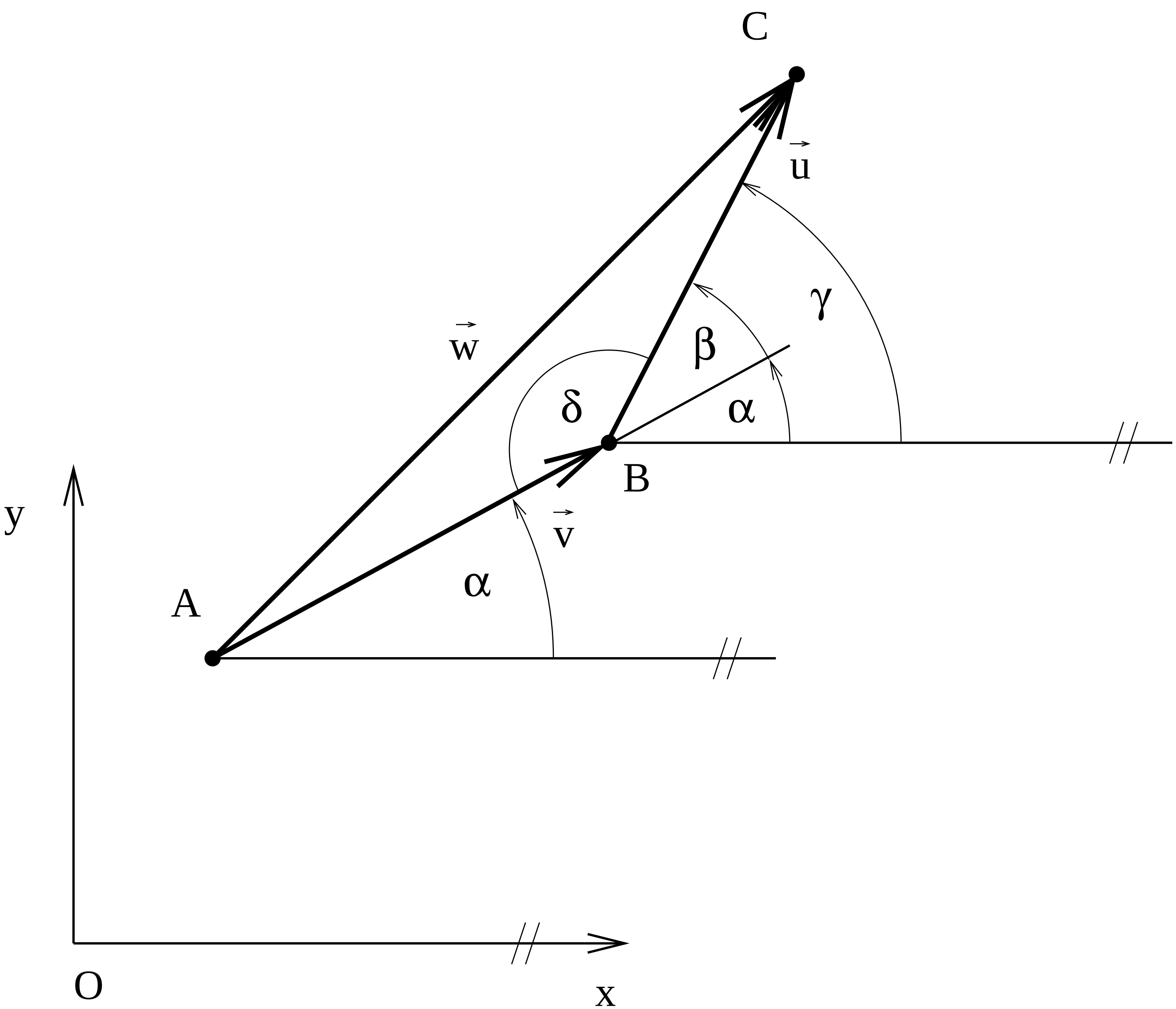

B
A
$\vec{v}$
$\vec{a}$
$\vec{b}$
O


A
z
O
y
x

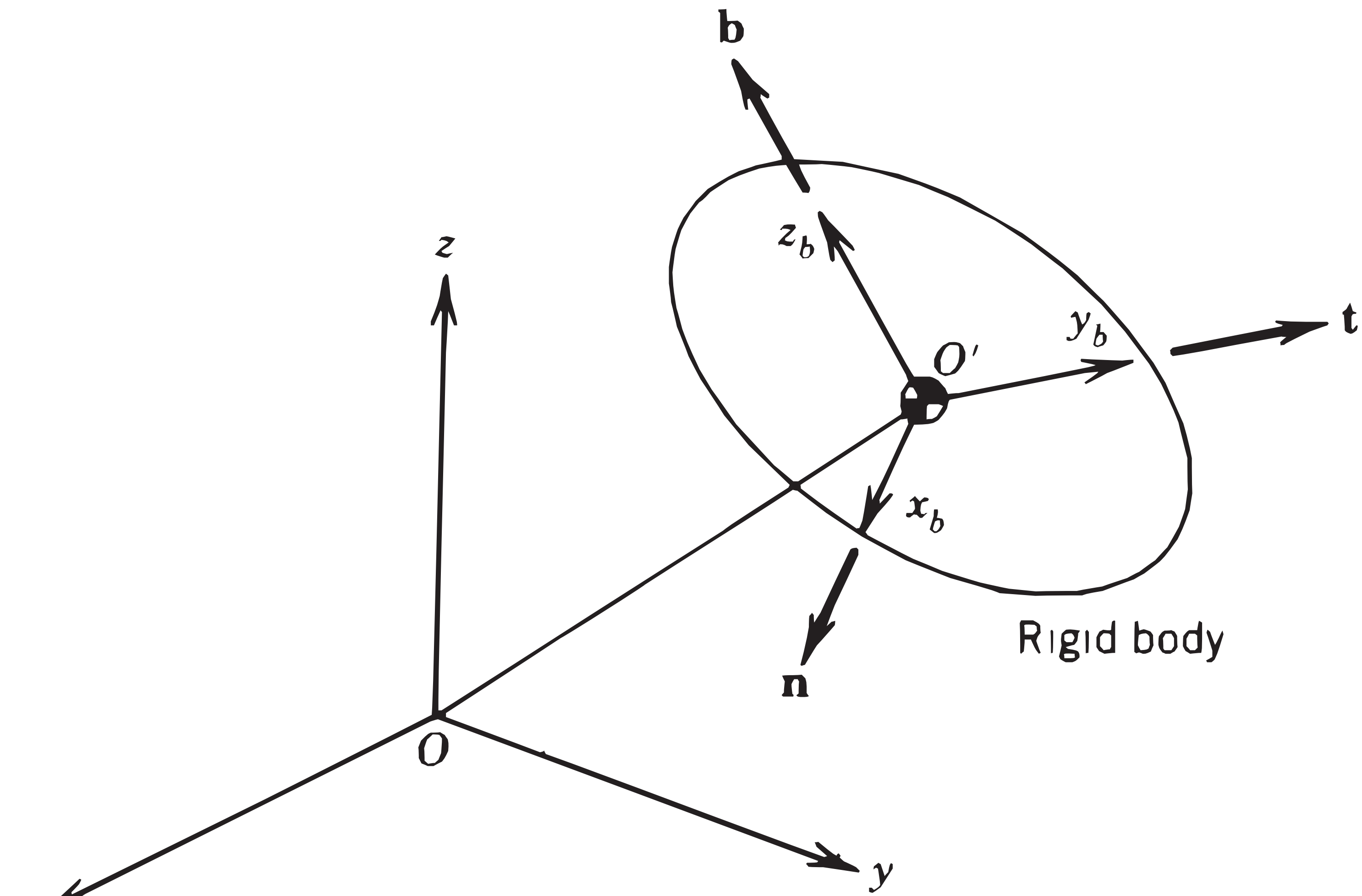

A
z
$\vec{a}$
O
y
x


A
$\vec{v}$
B
z
$\vec{a}$
$\vec{b}$
O
y
x


C
$\vec{u}$
γ
β
B
α
y
$\vec{v}$
A
α
O
x


C
$\vec{u}$
$\vec{w}$
γ
β
δ
α
B
$\vec{v}$
y
A
α
O
x

Těleso v souřadném systému



Bod v 3D prostoru – popsán třemi souřadnicemi.

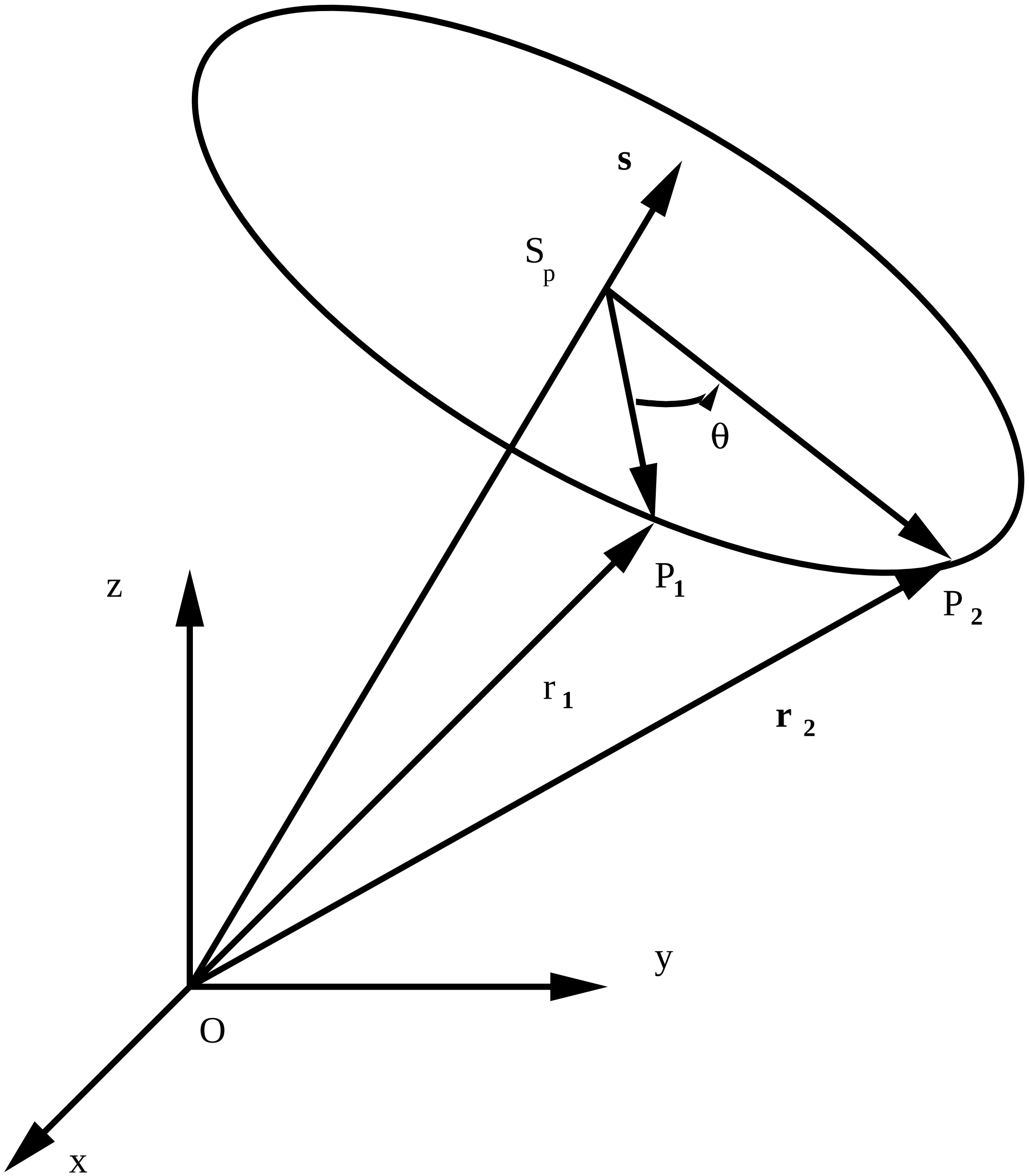
Tuhé těleso v 3D prostoru – popsáno šesti souřadnicemi:

- 3 souřadnice referenčního bodu $\mathbf{x}_0 = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix}$,
- orientace může být popsána jedním ze způsobů:
  - souřadnicemi vektorů spojených s tělesem $(\mathbf{n}, \mathbf{t}, \mathbf{b})$,
  - Eulerovými úhly (ϕ, θ, ψ),
  - rotační maticí $\mathbf{R}$,
  - osou – úhlem,
  - kvaternionem.

Souřadnice referenčního bodu a rotační matice mohou být kombinovány do transformační matice.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36

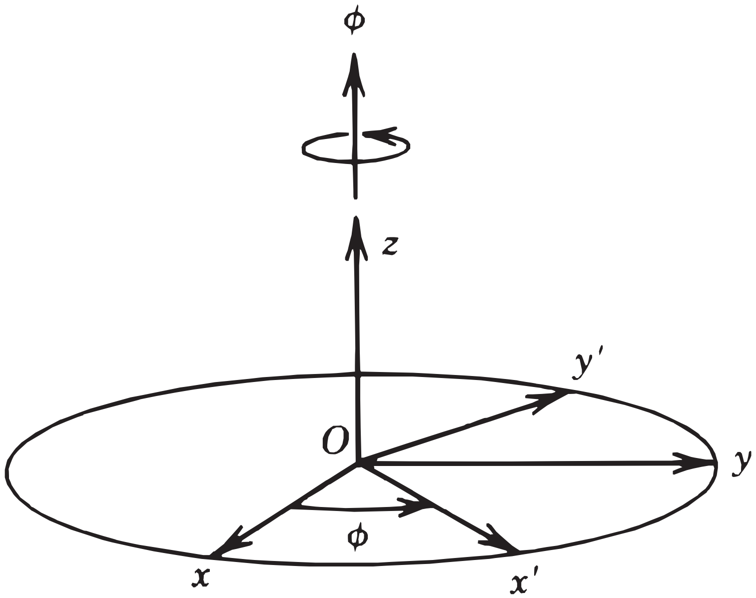
Kvaterniony

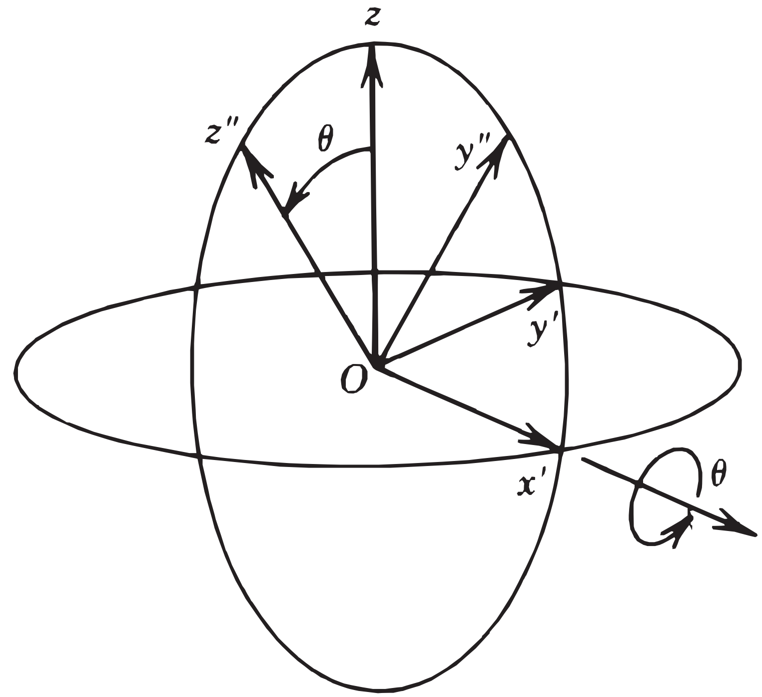


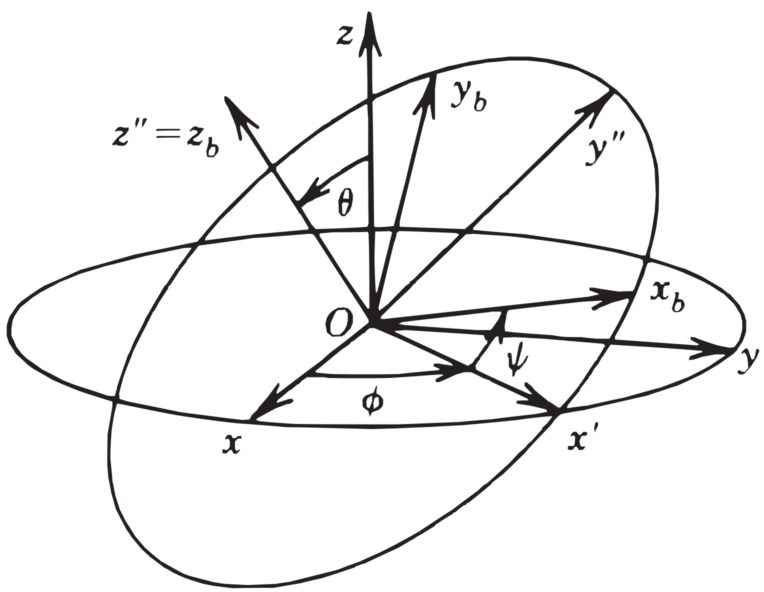
Kvaterniony popisují rotaci pomocí polohy osy rotace (vektor $\mathbf{s}$) a úhlem otočení θ:

$$\begin{aligned} \mathbf{q} &= (\cos(\theta/2), \sin(\theta/2)\mathbf{s}) = \\ &= \left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)s_x, \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)s_y, \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)s_z\right) \end{aligned}$$

Definice Eulerových úhlů







m p
1 2
3 4
5 6
7 8
9 10
11 12
13 14
15 16
17 18
19 20
21 22
23 24
25 26
27 28
29 30
31 32
33 34
35 36

Rotation Matrix Resulting from Euler Angles

Eulerovy úhly podle definice v těchto přednáškách (Asada, Slotine):

$$\begin{pmatrix} \cos(\phi)\cos(\psi) - \cos(\theta)\sin(\phi)\sin(\psi) & -\cos(\theta)\cos(\psi)\sin(\phi) - \cos(\phi)\sin(\psi) & \sin(\phi)\sin(\theta) \\ \cos(\psi)\sin(\phi) + \cos(\phi)\cos(\theta)\sin(\psi) & \cos(\phi)\cos(\theta)\cos(\psi) - \sin(\phi)\sin(\psi) & -\cos(\phi)\sin(\theta) \\ \sin(\theta)\sin(\psi) & \cos(\psi)\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$$

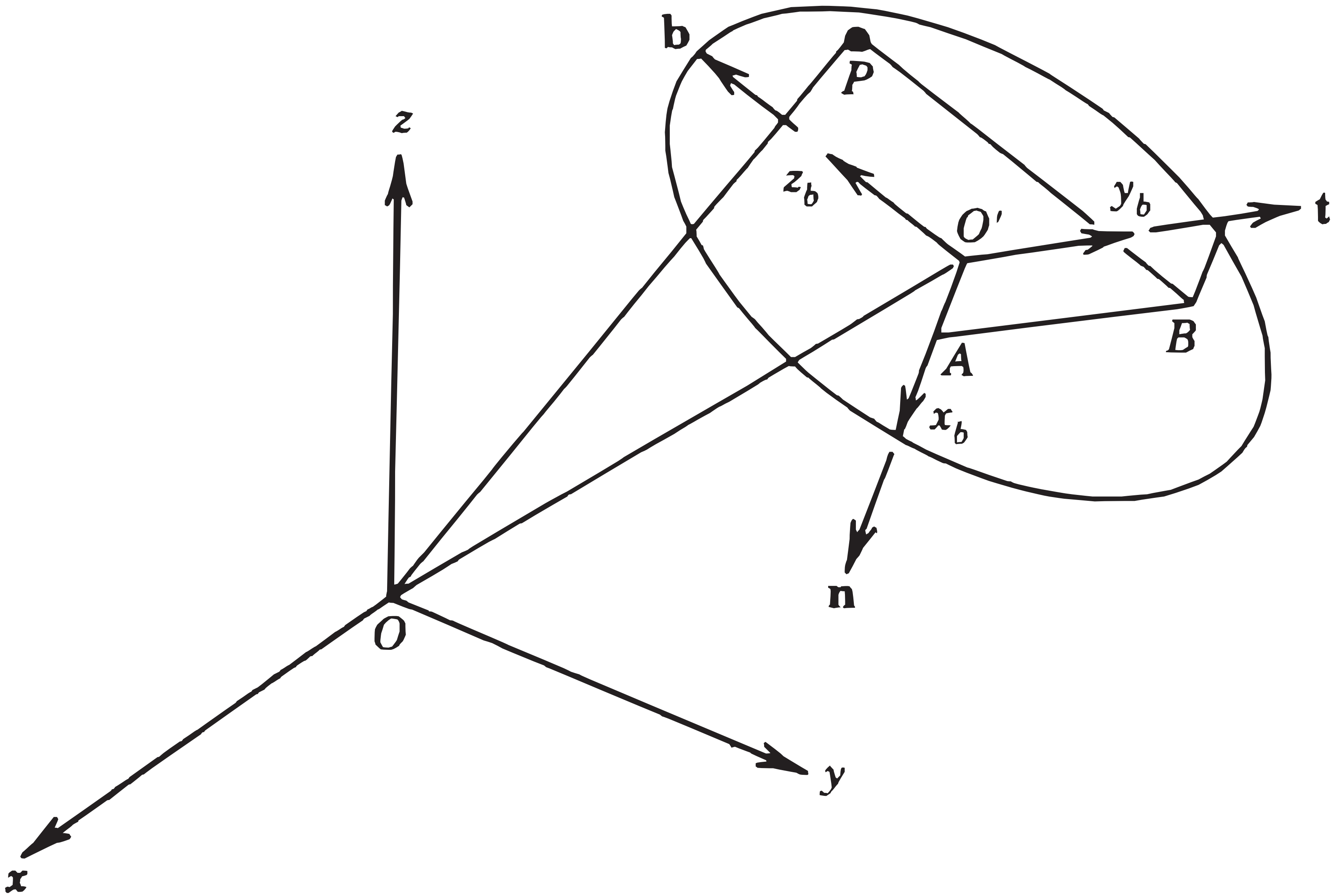
Rotační matice definována úhly Yaw, Pitch, Roll použitými například v robotu CRS, tedy rotujeme postupně okolo z, y, x’:

$$\begin{pmatrix} \cos(\alpha)\cos(\beta) & -\cos(\gamma)\sin(\alpha) + \cos(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma) & \cos(\alpha)\cos(\gamma)\sin(\beta) + \sin(\alpha)\sin(\gamma) \\ \cos(\beta)\sin(\alpha) & \cos(\alpha)\cos(\gamma) + \sin(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma) & \cos(\gamma)\sin(\alpha)\sin(\beta) - \cos(\alpha)\sin(\gamma) \\ -\sin(\beta) & \cos(\beta)\sin(\gamma) & \cos(\beta)\cos(\gamma) \end{pmatrix}$$

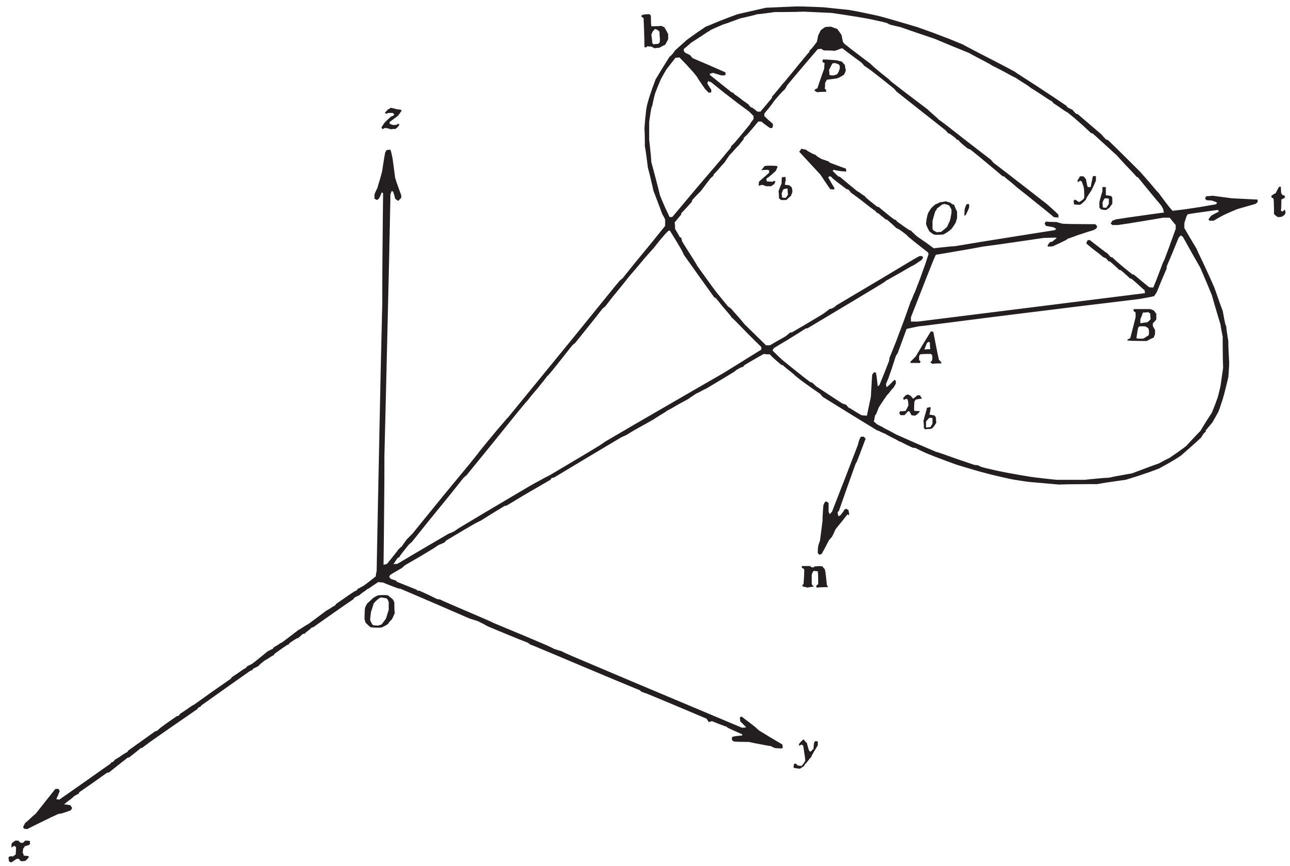
Srovnání popisů rotace

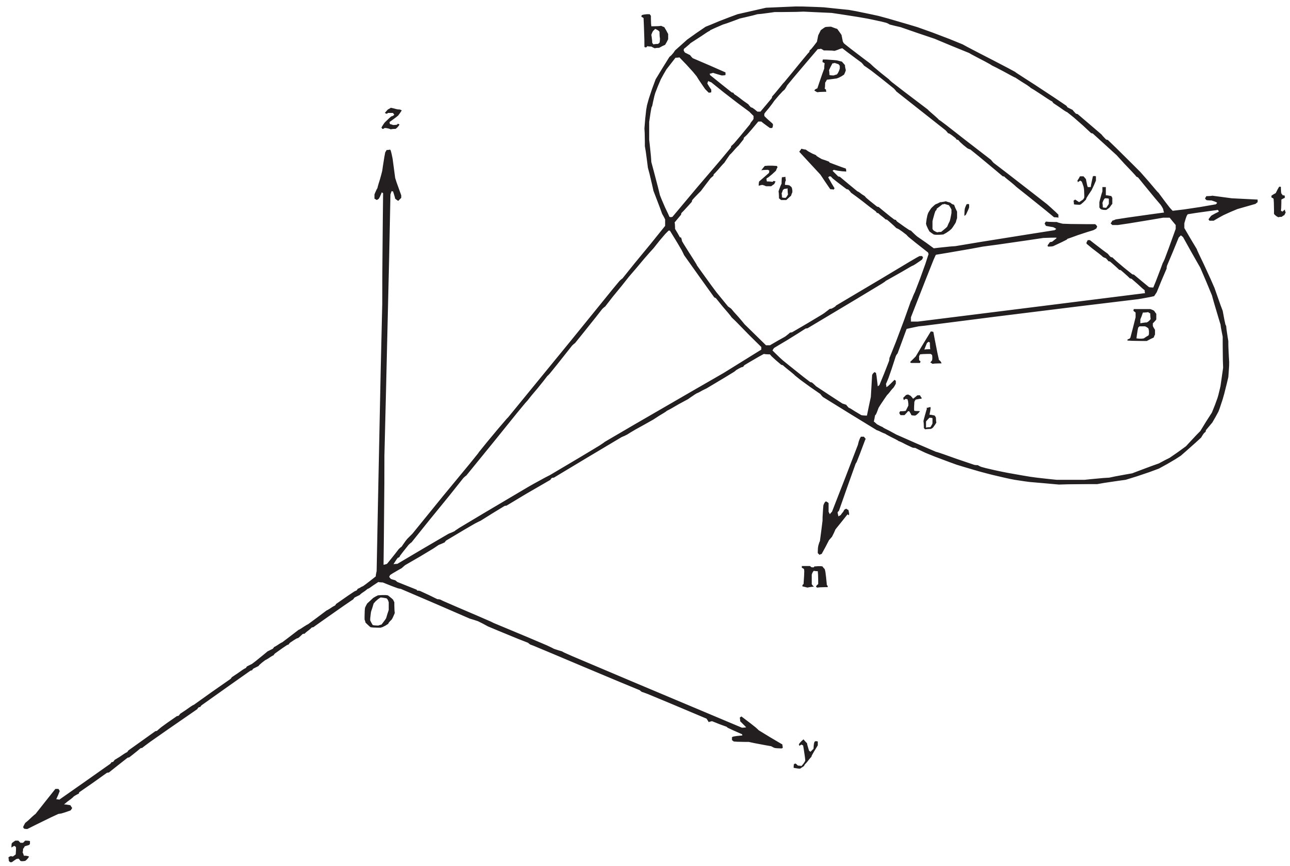
Systém	Symbol	Ekvivalent	Par.	Podmínky
Matice rotace	$\mathbf{R}$		9	orthonormální
Vektory os	$\mathbf{n}, \mathbf{t}, \mathbf{b}$	$\mathbf{R}$	9	vektory jednotkové, navzájem kolmé
Eulerovy úhly	ϕ, θ, ψ	yaw, pitch, roll,...	3	
Quaternion	$\mathbf{q}$		4	jednotkový vektor
Osa, úhel	$\theta, \mathbf{s}$	quaternion	4	jednotkový vektor

Systém	Výhody	Nevýhody	Užíván
$\mathbf{R}$	snadné výpočty poloh	redundantní	Matlab toolbox
$\mathbf{n}, \mathbf{t}, \mathbf{b}$	srozumitelný	redundantní	
ϕ, θ, ψ	neredundantní	složitá topologie	Mitsubishi Staubli, CRS
$\mathbf{q}$	snadná interpolace rozumná topologie	redundantní	ABB
$\theta, \mathbf{s}$	srozumitelný	redundantní	

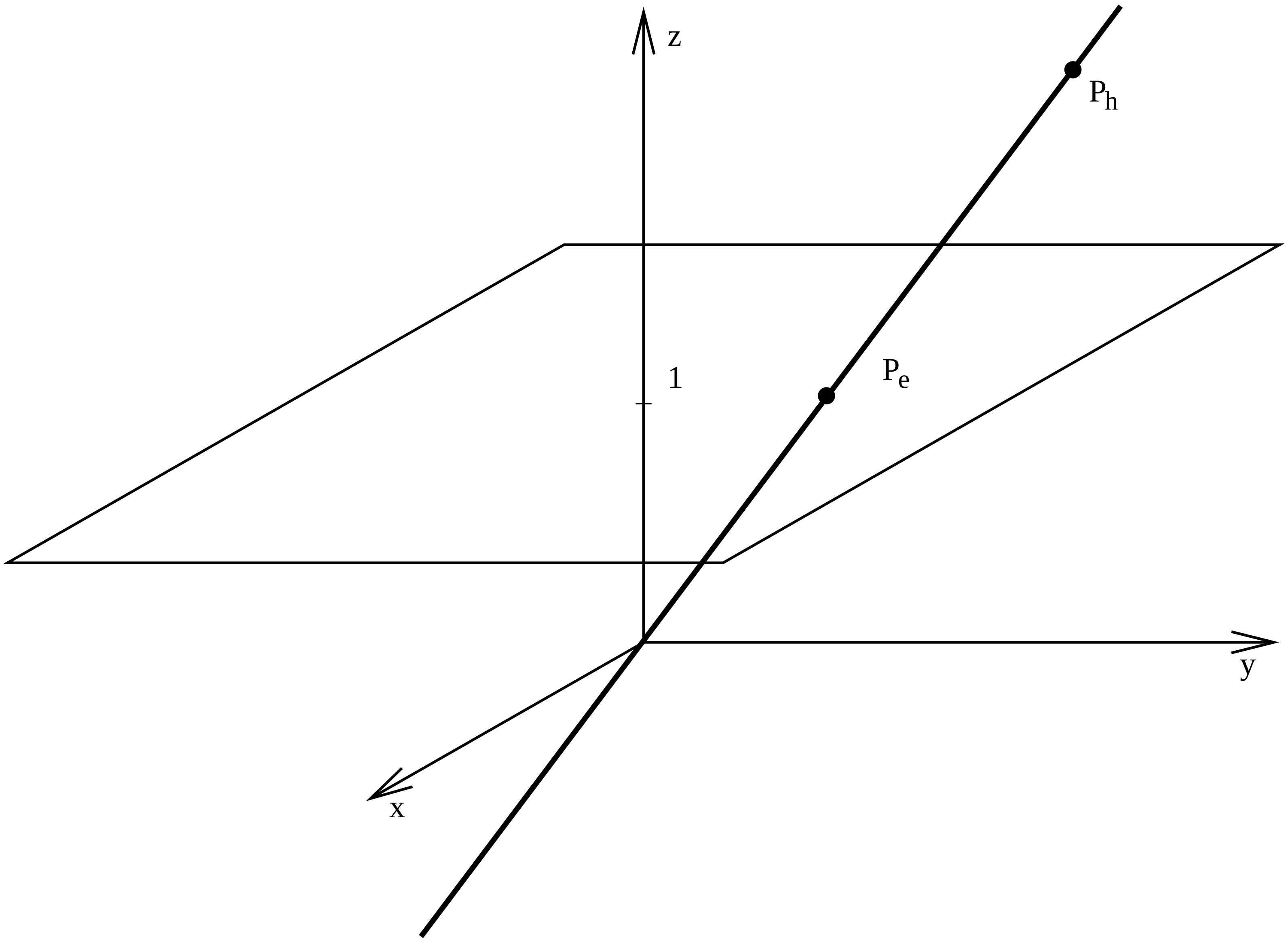

b
P
z
z_b
y_b
t
O′
B
A
x_b
n
O
y
x

Transformace bodu z jedné souřadné soustavy do jiné.

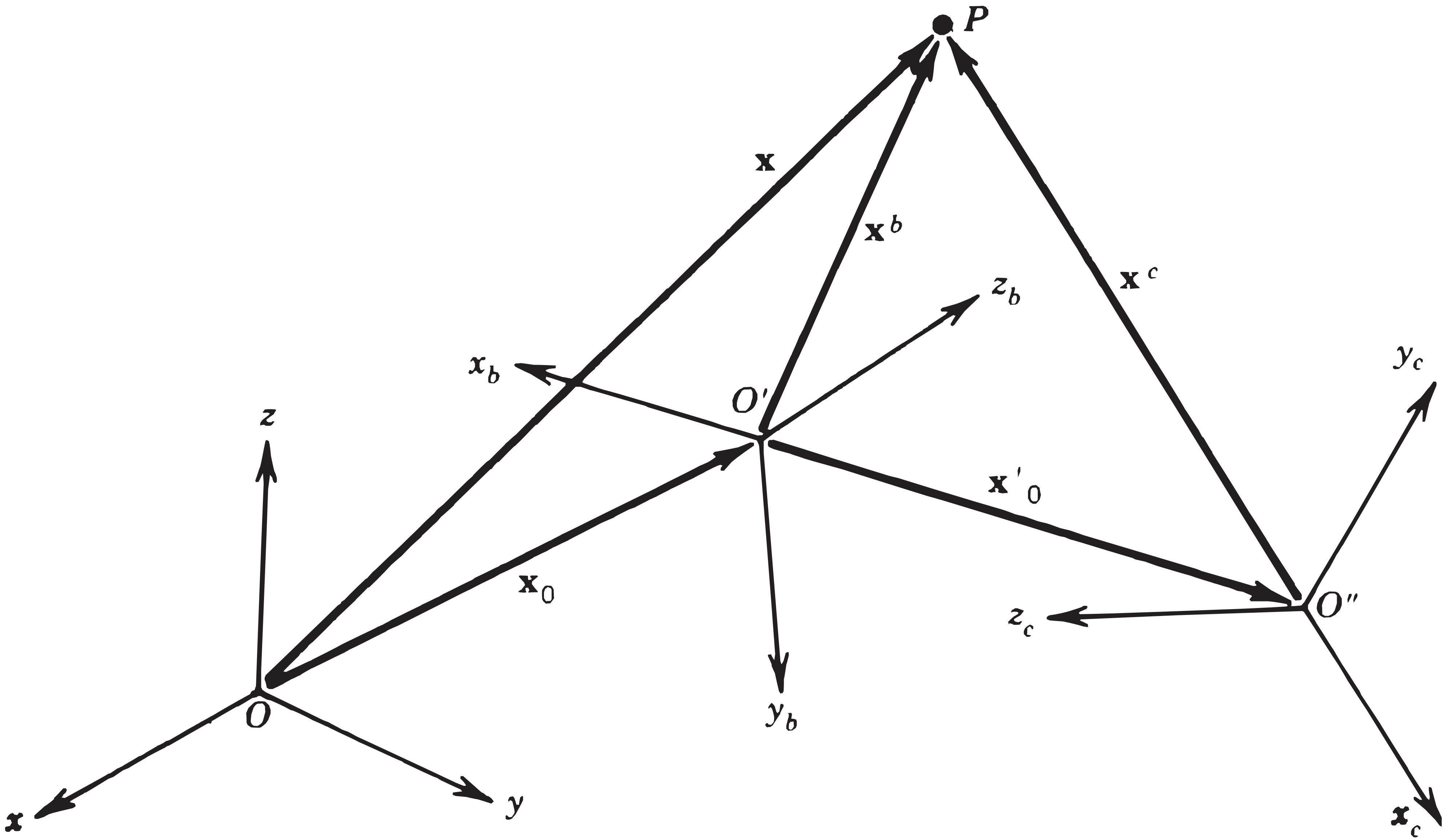




$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + u\mathbf{n} + v\mathbf{t} + w\mathbf{b}$$


z
P_h
1
P_e
y
x

Posloupnost transformací souřadnic



Řídicí jednotka robotu většinou měří vnitřní kinematické parametry robotu – kloubové souřadnice. Tyto souřadnice určují polohu jednotlivých kloubů, tedy vzájemnou polohu sousedních ramen. Kloubové souřadnice označujeme $\vec{q}$, kloubovou souřadnici otočného kloubu označujeme θ, kloubovou souřadnici posuvného klobu označujeme d.

Uživatele zajímá poloha chapadla nebo manipulovaného (tuhého) tělesa. Tato poloha má 6 stupňů volnosti a může být popsána různými popisy, například tranformační maticí popisující polohu souřadného systému chapadla ve světovém souřadném systému.

Našim úkolem je najít vztahy mezi těmito popisy polohy robotu.

Přímá kinematická úloha je zobrazení z prostoru kloubových souřadnice do prostoru poloh chapadla. To znamená, že známe polohy všech (nebo některých) kloubů a hledáme polohu chapadla ve světovém souřadném systému. Matematicky:

$$\vec{q} \rightarrow \mathbf{T}(\vec{q})$$

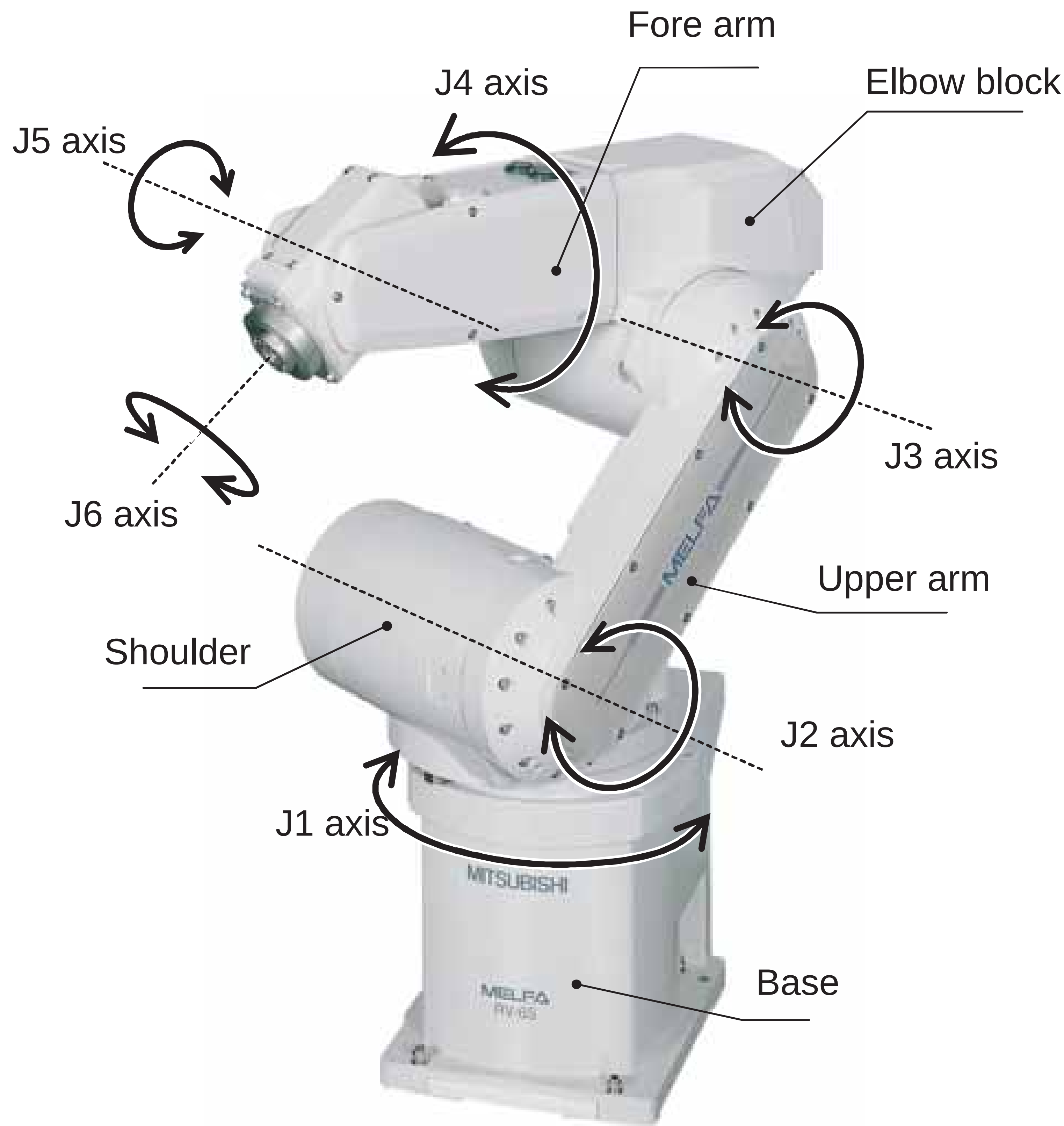
Přímé použití tohoto vztahu je v souřadnicových měřicích přístrojích. Snímače na jednotlivých kloubech nás informují o vzájemné poloze ramen, kloubových souřadnicích, úkolem je vypočítat, kde se nachází hrot měřicího přístroje.

Inverzní kinematická úloha

Inverzní kinematická úloha je zobrazení z prostoru poloh chapadla do prostoru kloubových souřadnic. To znamená, že známe polohu chapadla ve světovém souřadném systému a hledáme polohy všech kloubů. Matematicky:

$$\mathbf{T} \rightarrow \vec{q}(\mathbf{T})$$

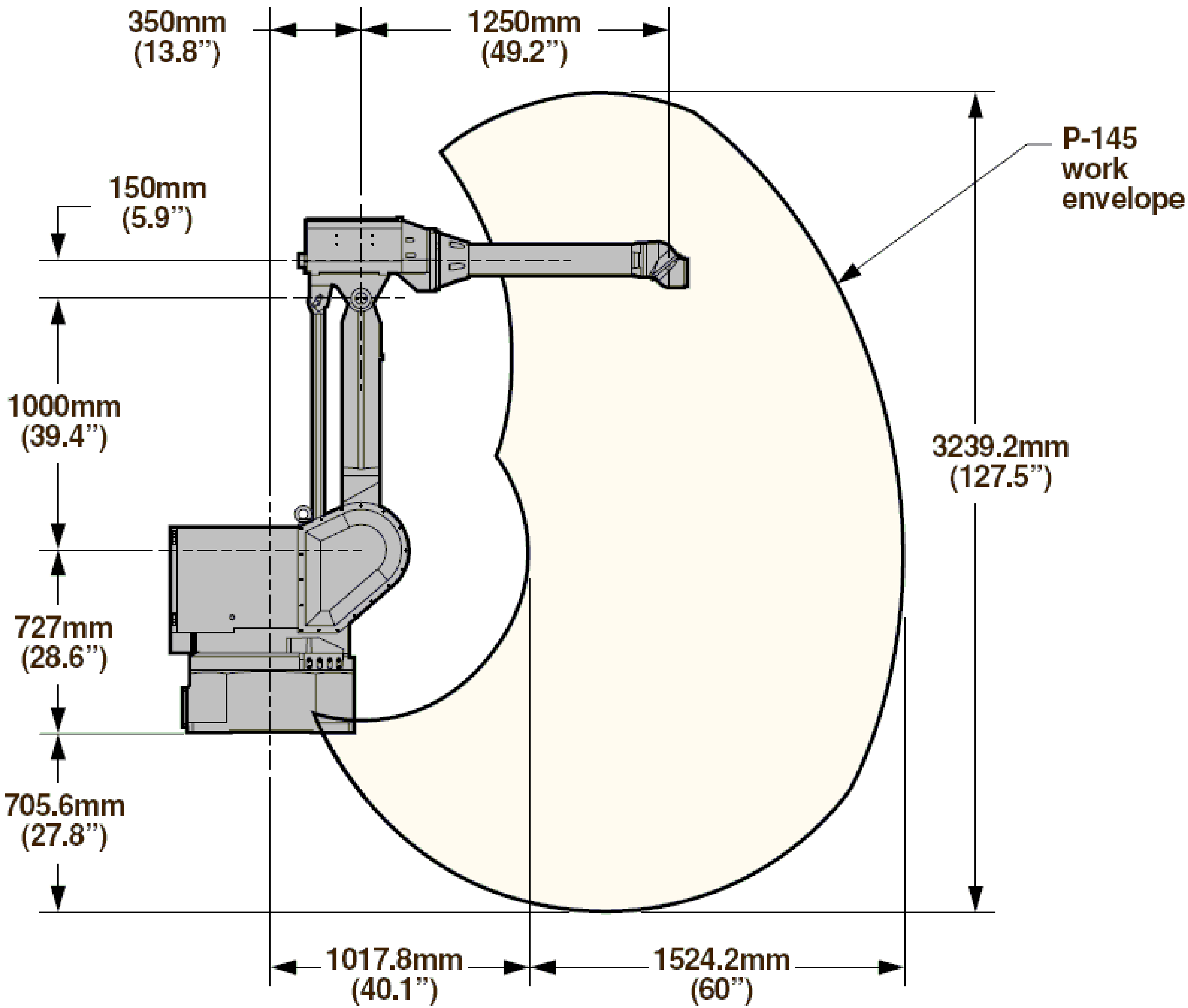
Inverzní kinematická úloha je potřeba například při řízení manipulátoru. Uživatel zadává požadovanou polohu chapadla, pro řízení jsou ale potřeba kloubové souřadnice.

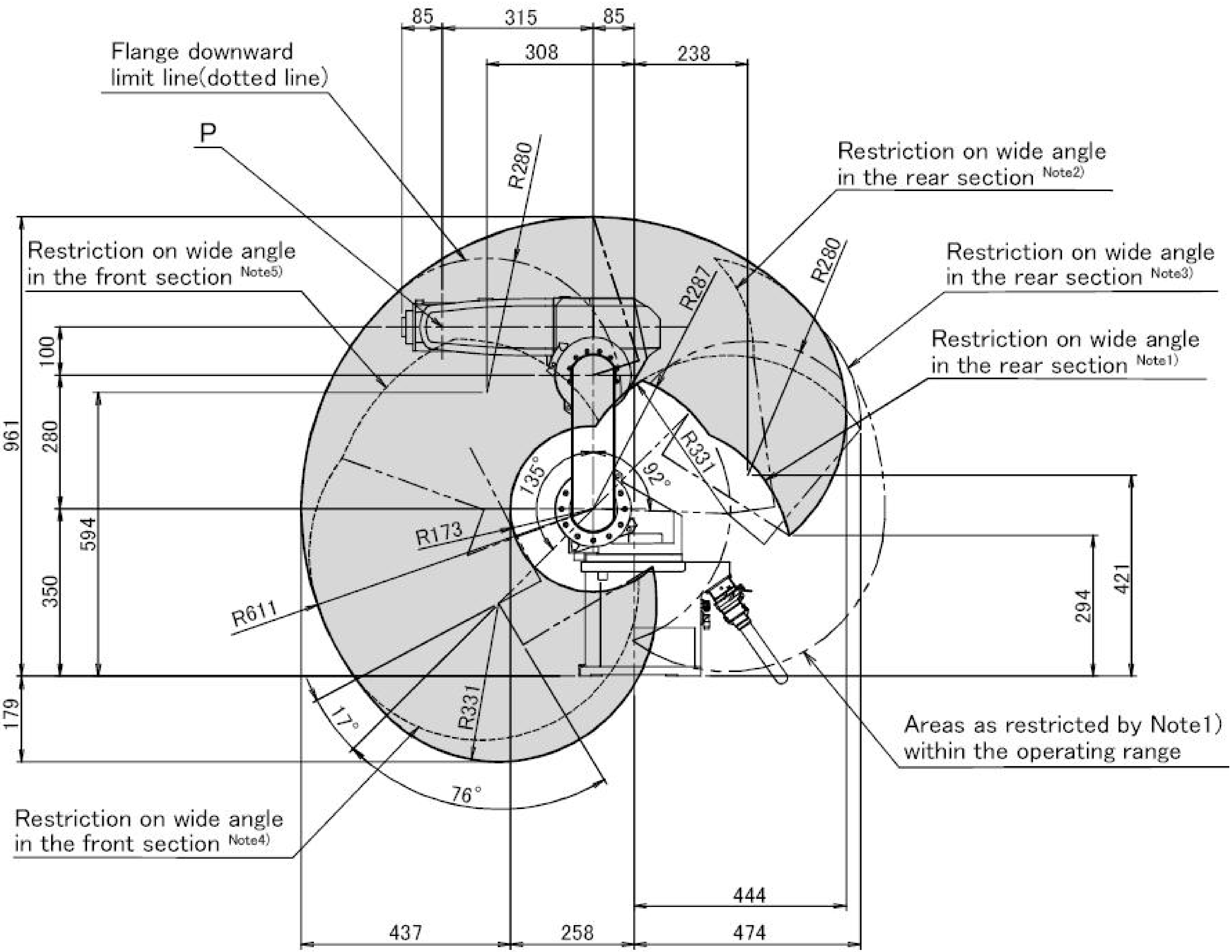

Fore arm
J4 axis
Elbow block
J5 axis
J3 axis
J6 axis
Upper arm
Shoulder
J2 axis
J1 axis
MITSUBISHI
MELFA
Base


MELFA
MITSUBISHI
MELFA
RV-6S

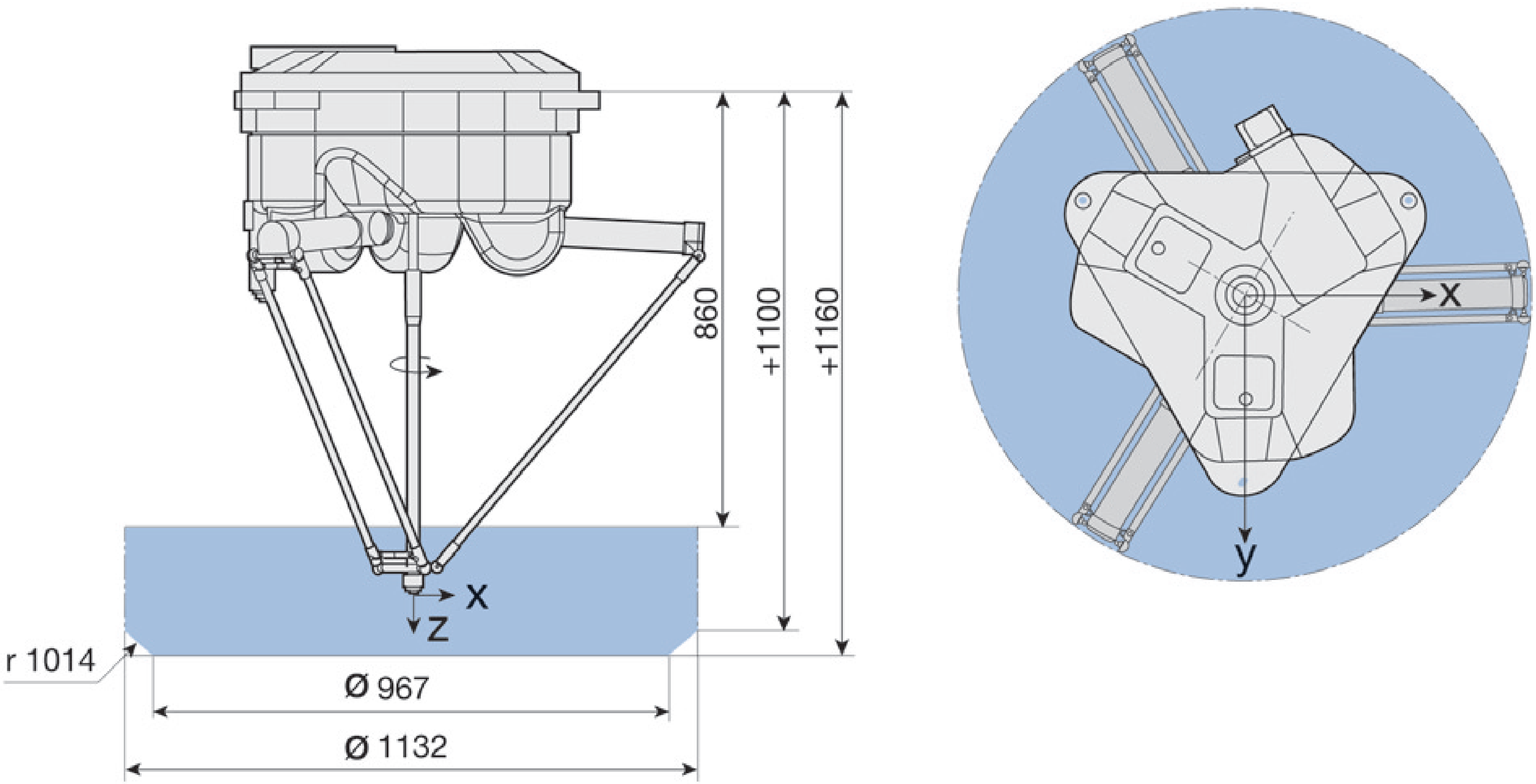

ABB
ABB
ABB
ABB


FlexPicker™
ABB

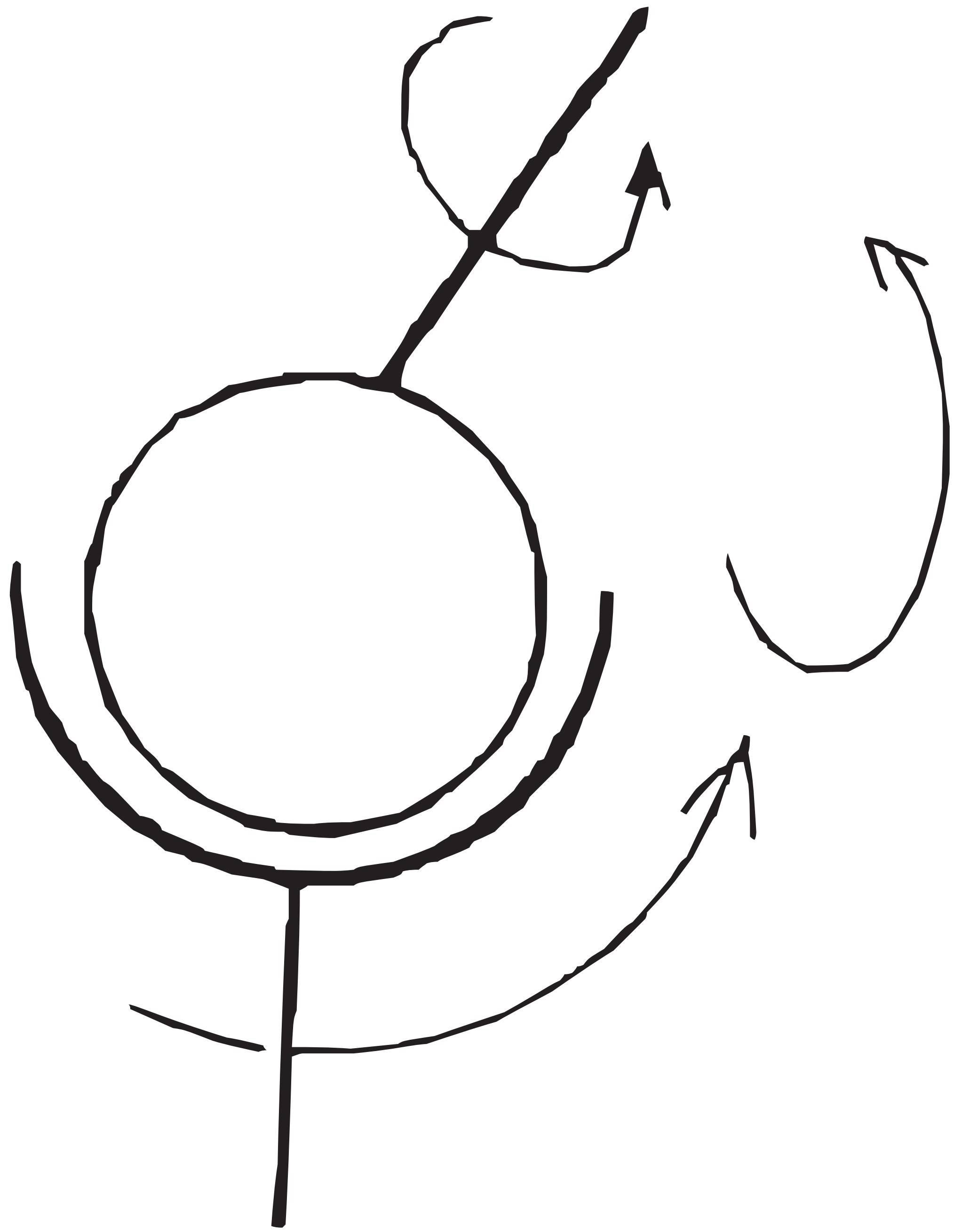

350mm
(13.8")
1250mm
(49.2")
150mm
(5.9")
P-145
work
envelope
1000mm
(39.4")
3239.2mm
(127.5")
727mm
(28.6")
705.6mm
(27.8")
1017.8mm
(40.1")
1524.2mm
(60")

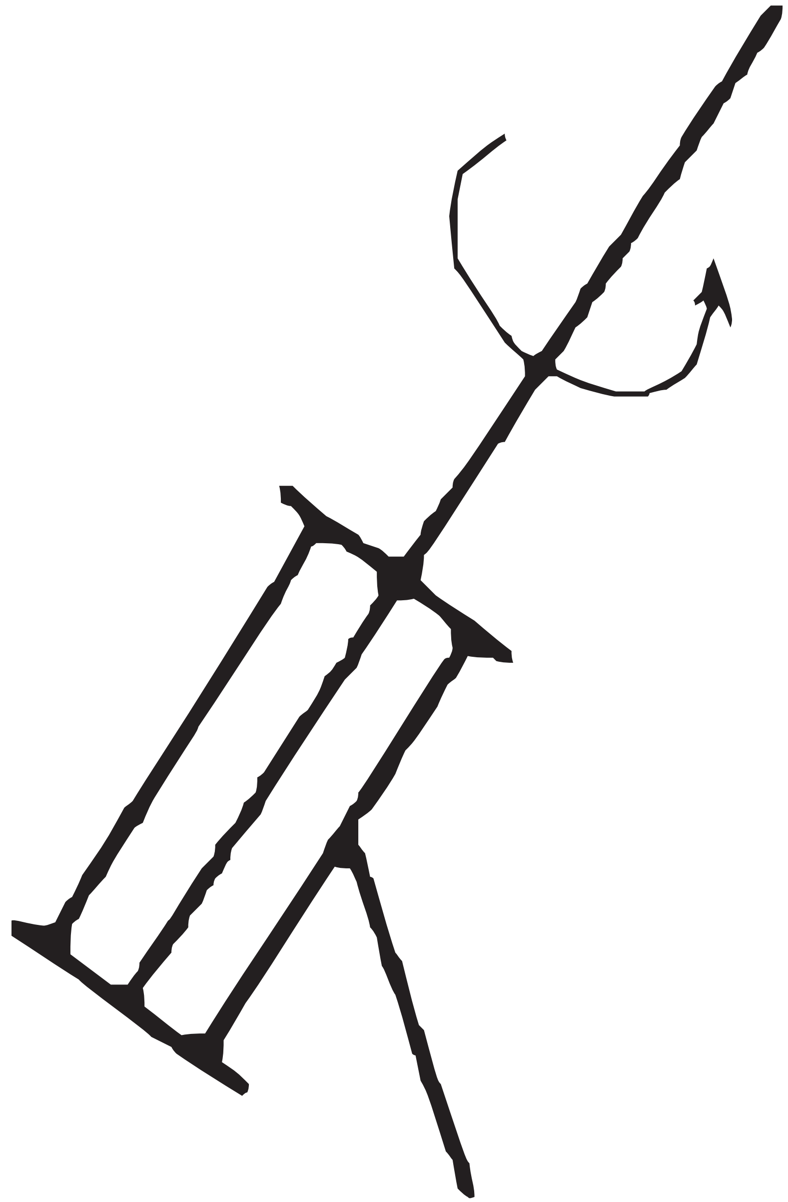


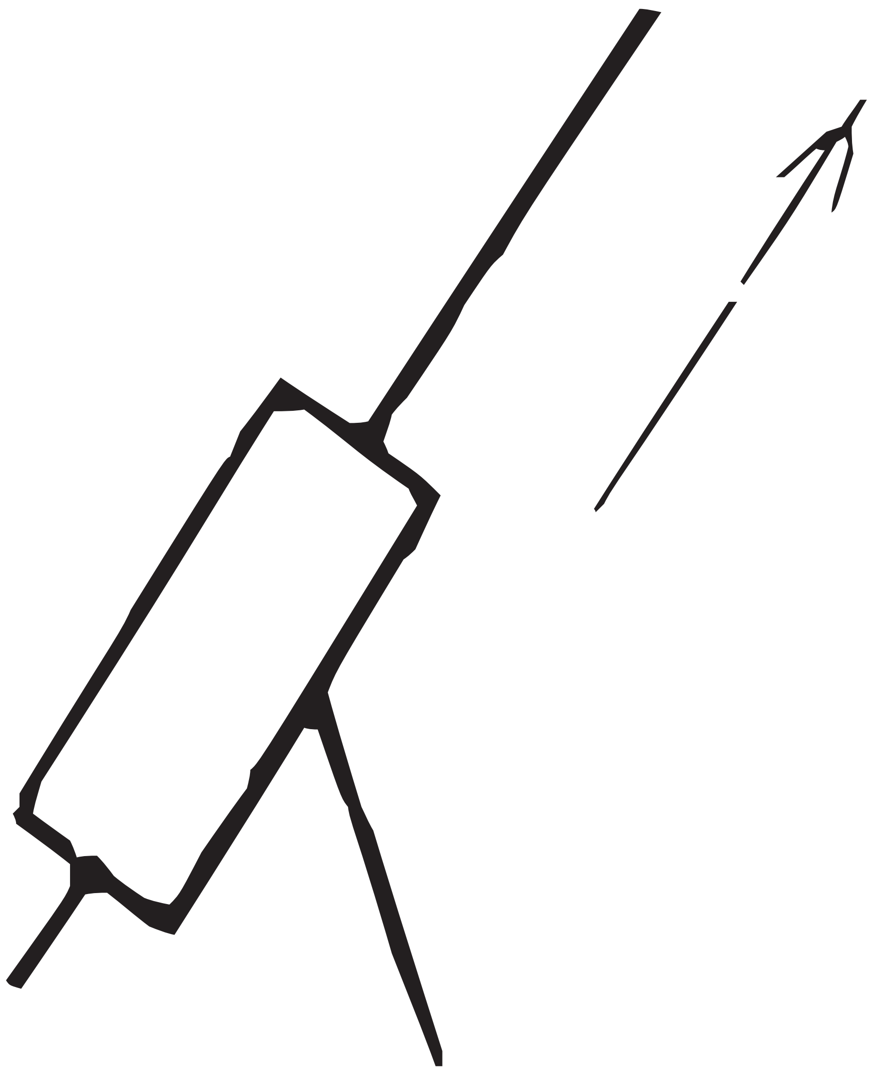
85
315
85
308
238
Flange downward
limit line(dotted line)
P
R280
Restriction on wide angle
in the rear section Note2)
Restriction on wide angle
in the front section Note5)
R287
R280
Restriction on wide angle
in the rear section Note3)
Restriction on wide angle
in the rear section Note1)
100
961
280
594
135°
92°
R331
R173
350
R611
421
294
179
17°
R331
76°
Areas as restricted by Note1)
within the operating range
Restriction on wide angle
in the front section Note4)
444
437
258
474

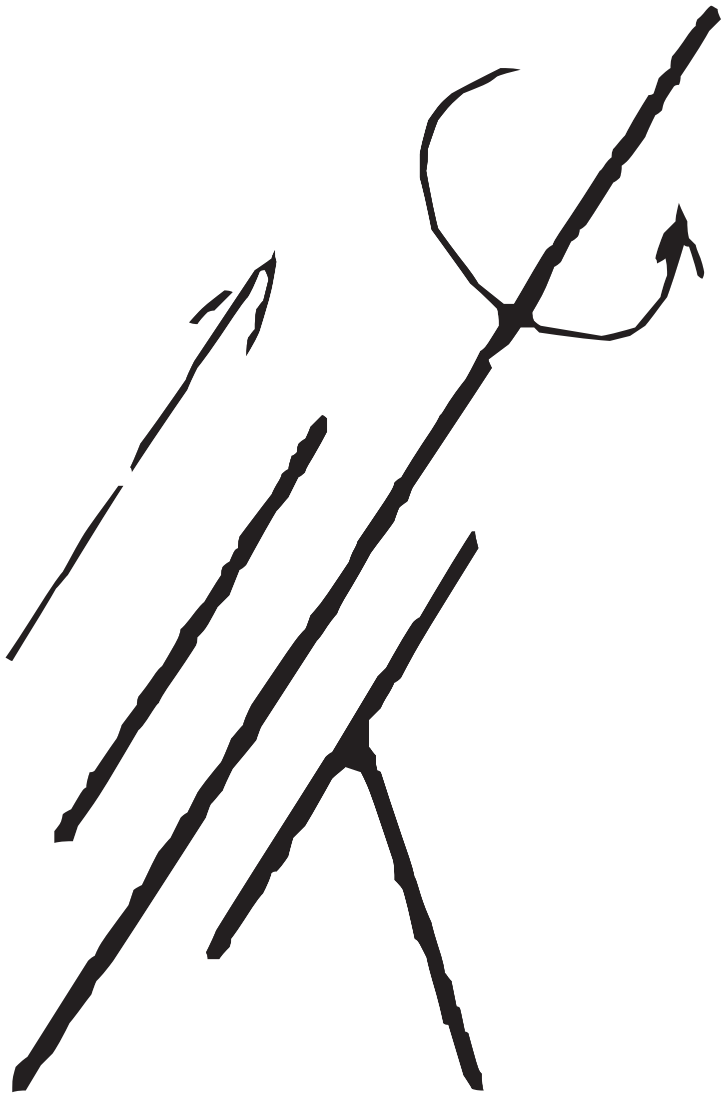


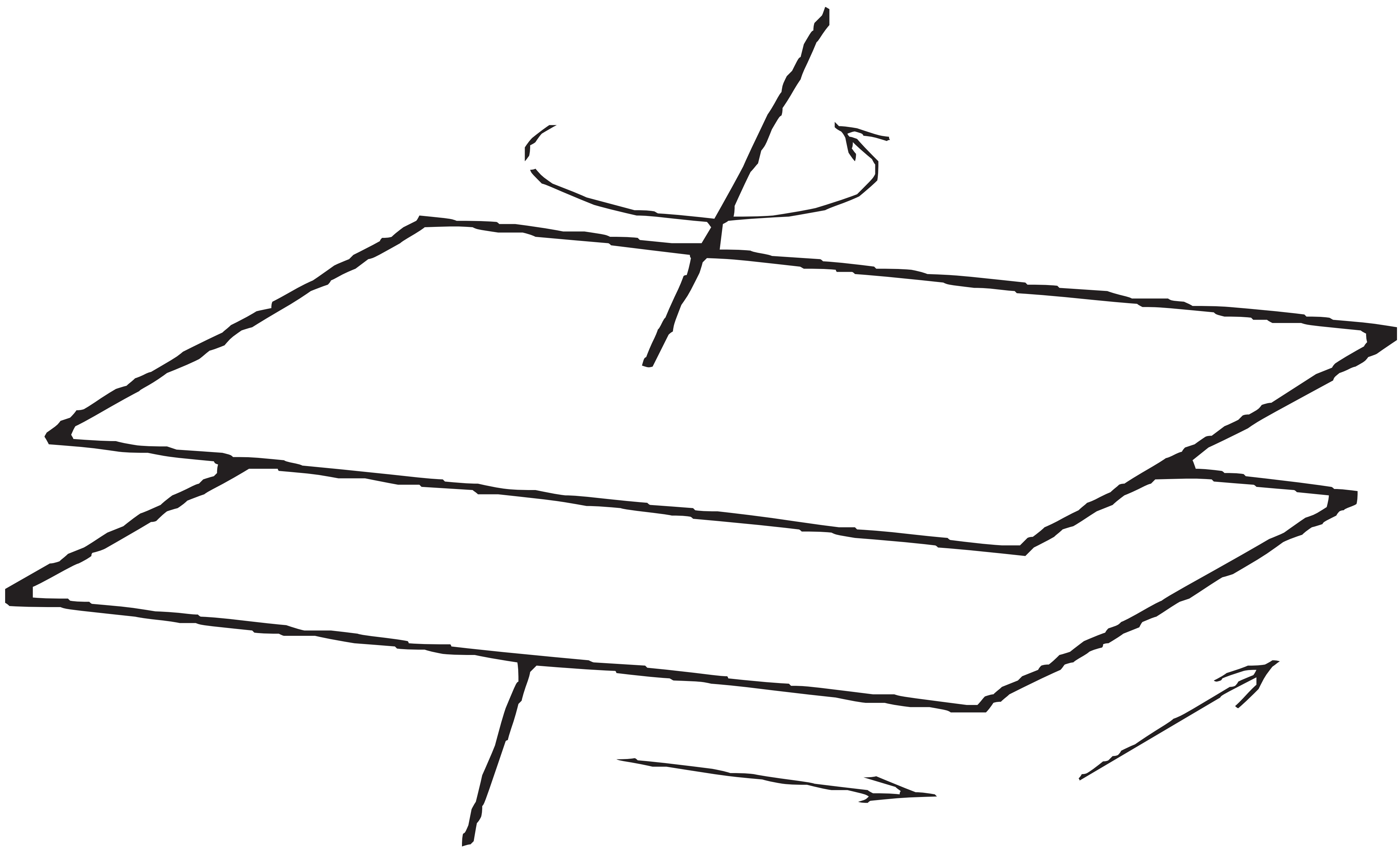
860
+1100
+1160
x
z
r 1014
Ø 967
Ø 1132
x
y

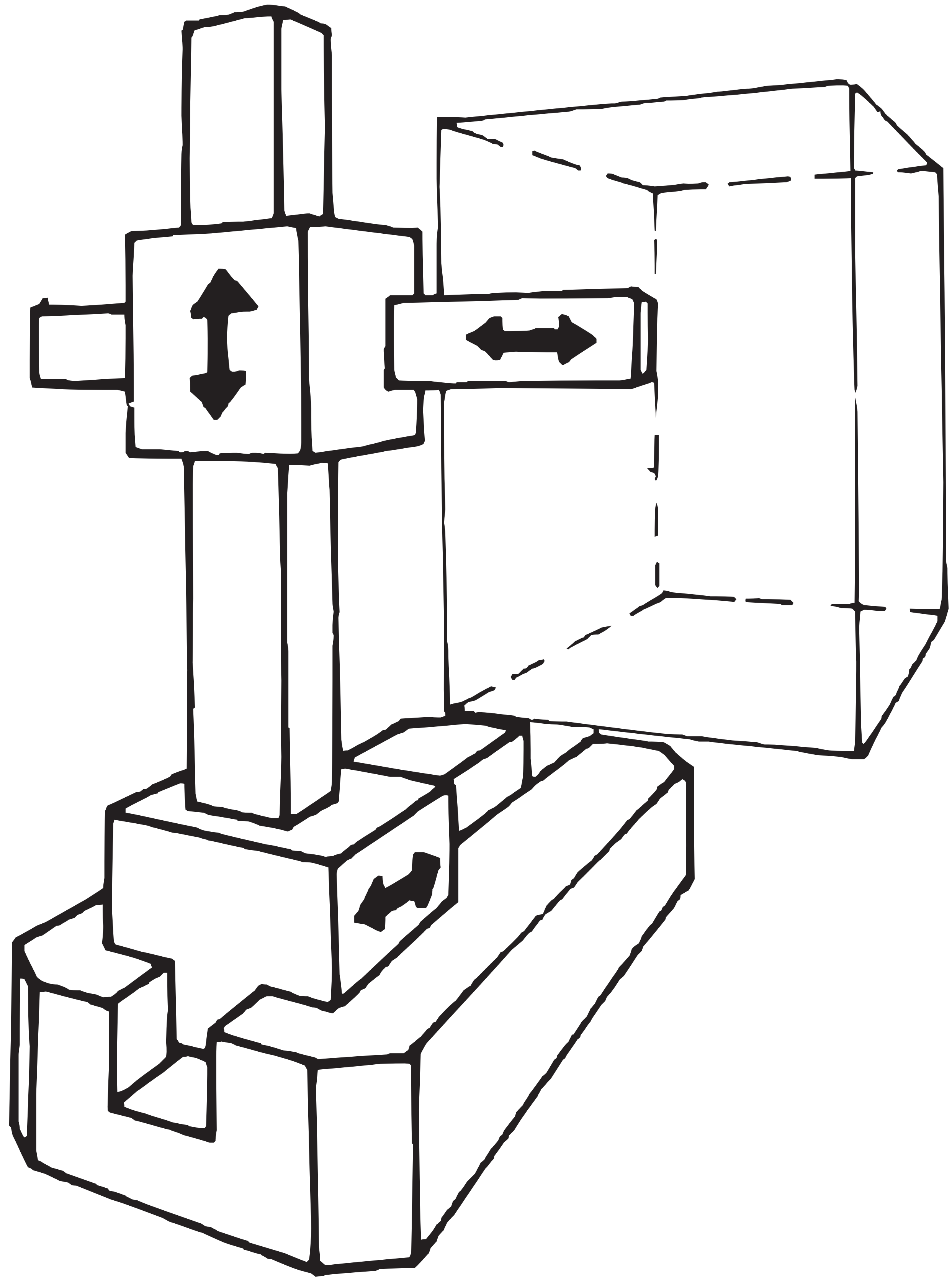


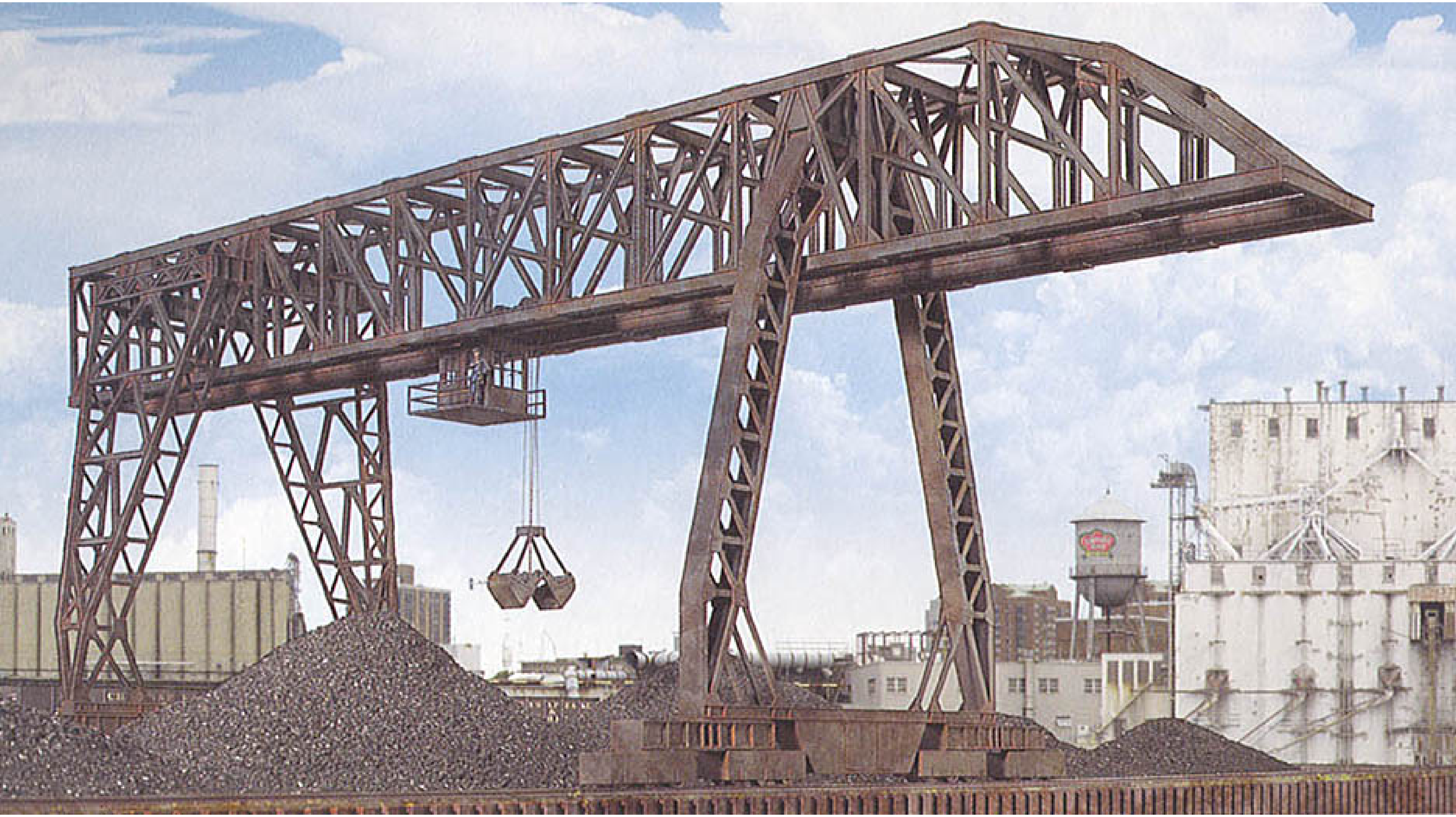


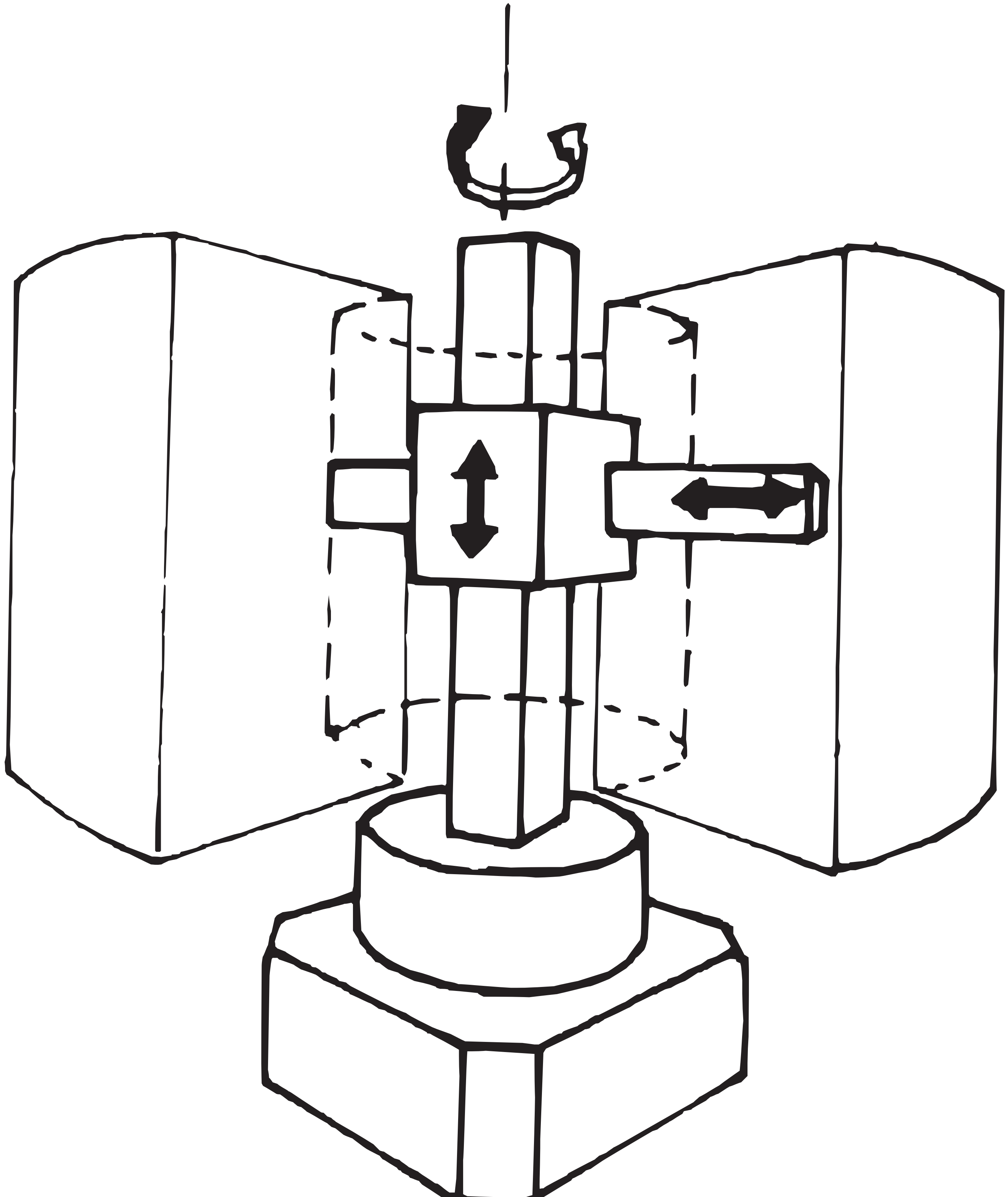


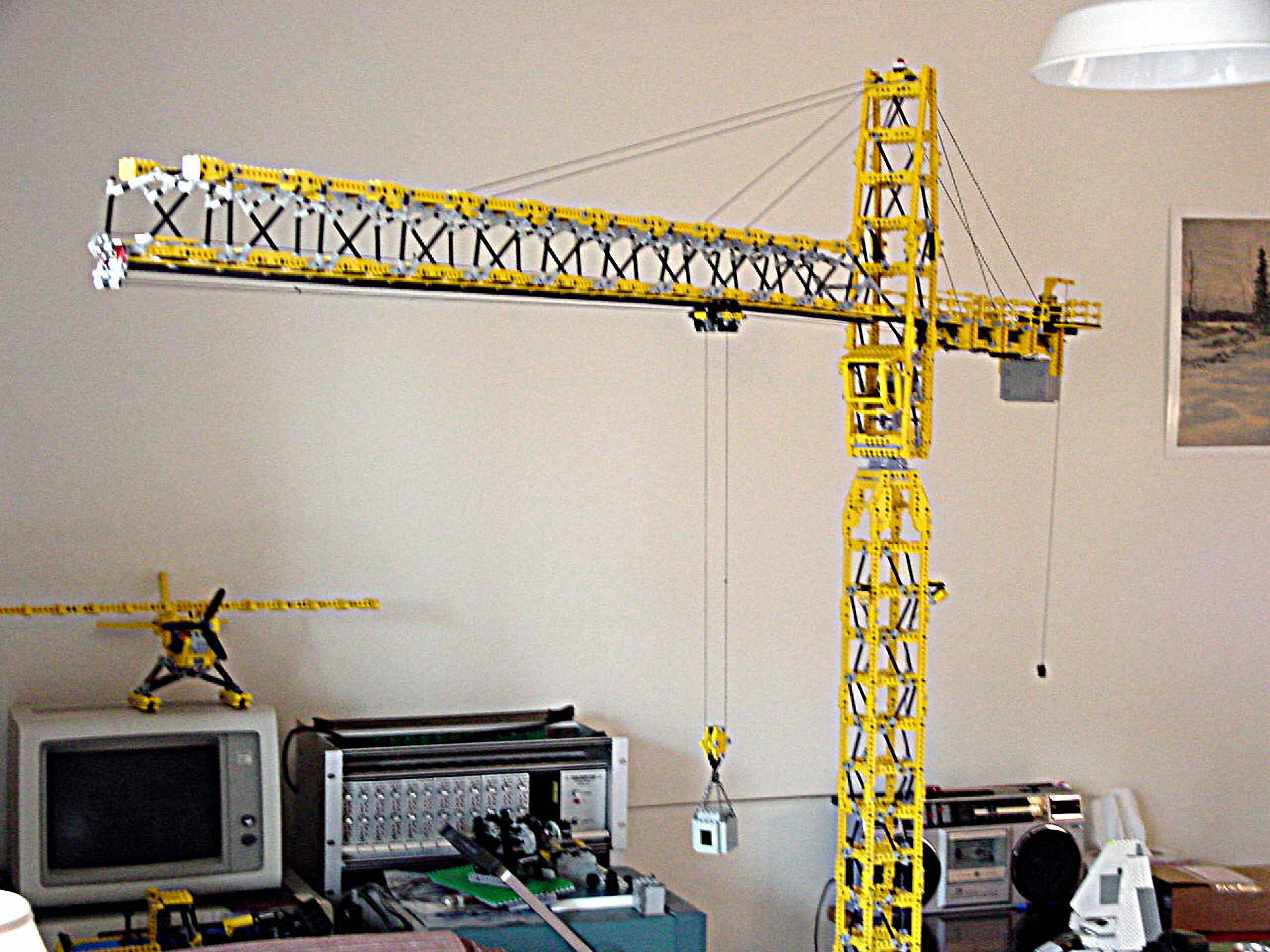


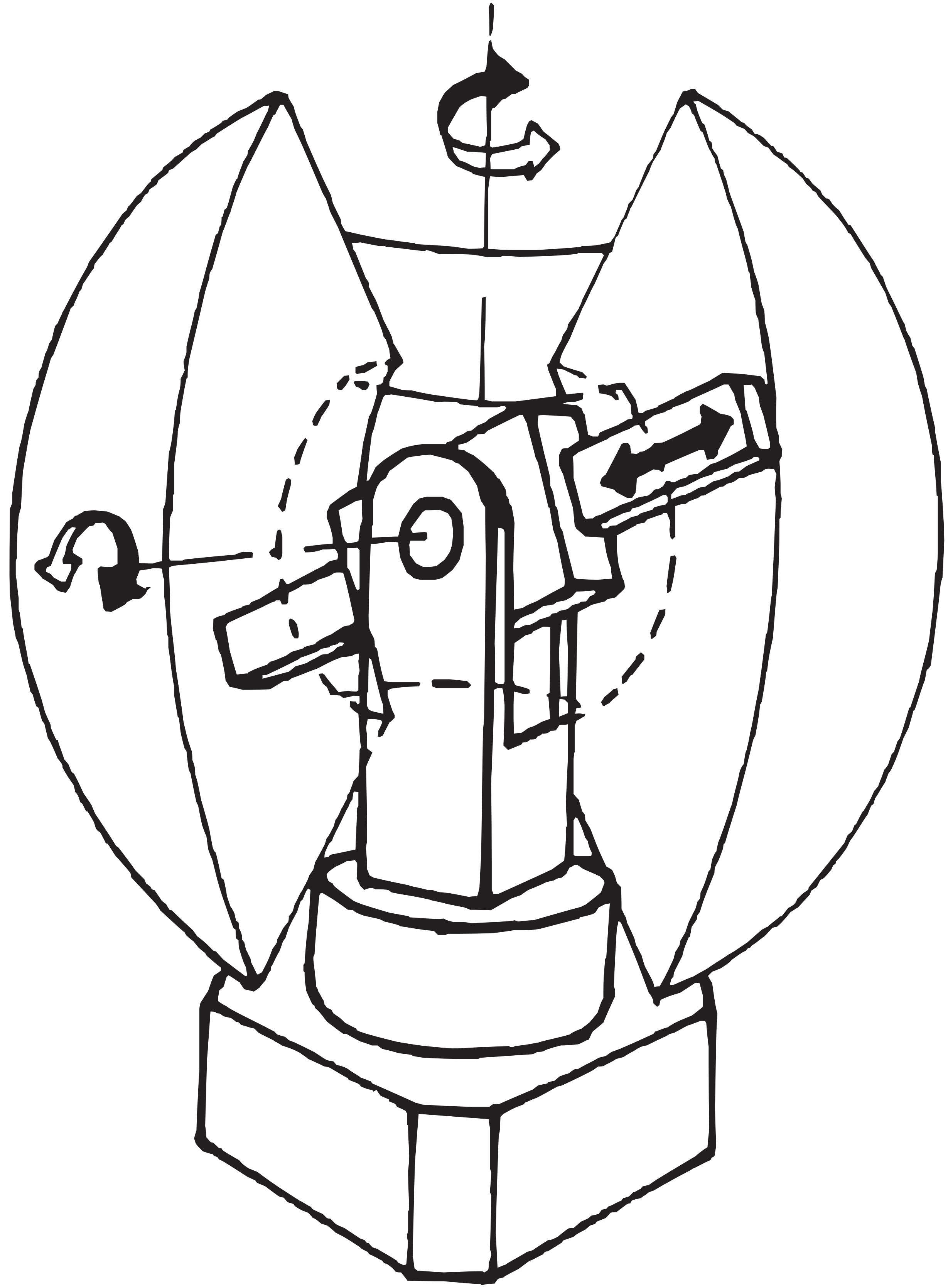


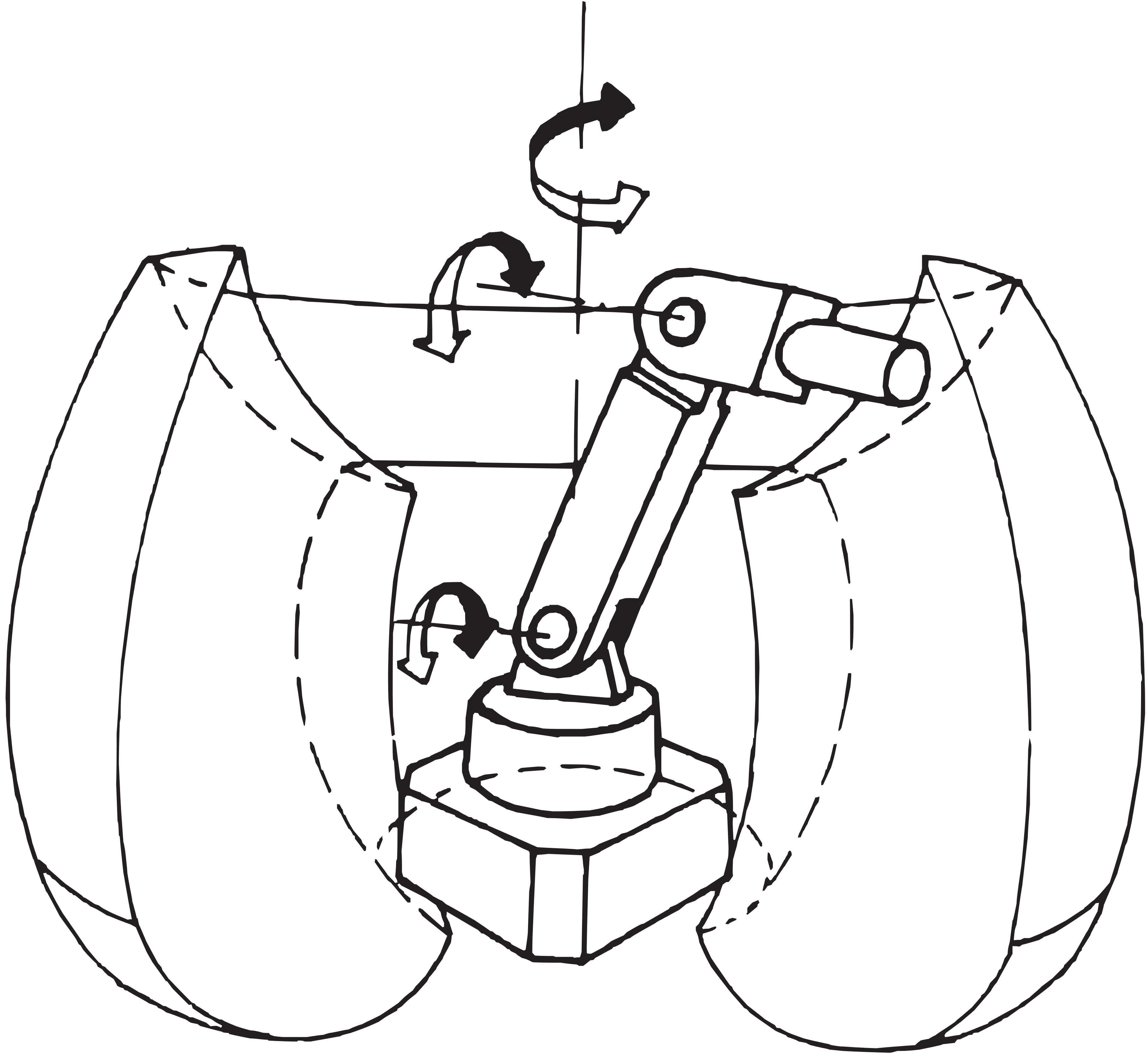


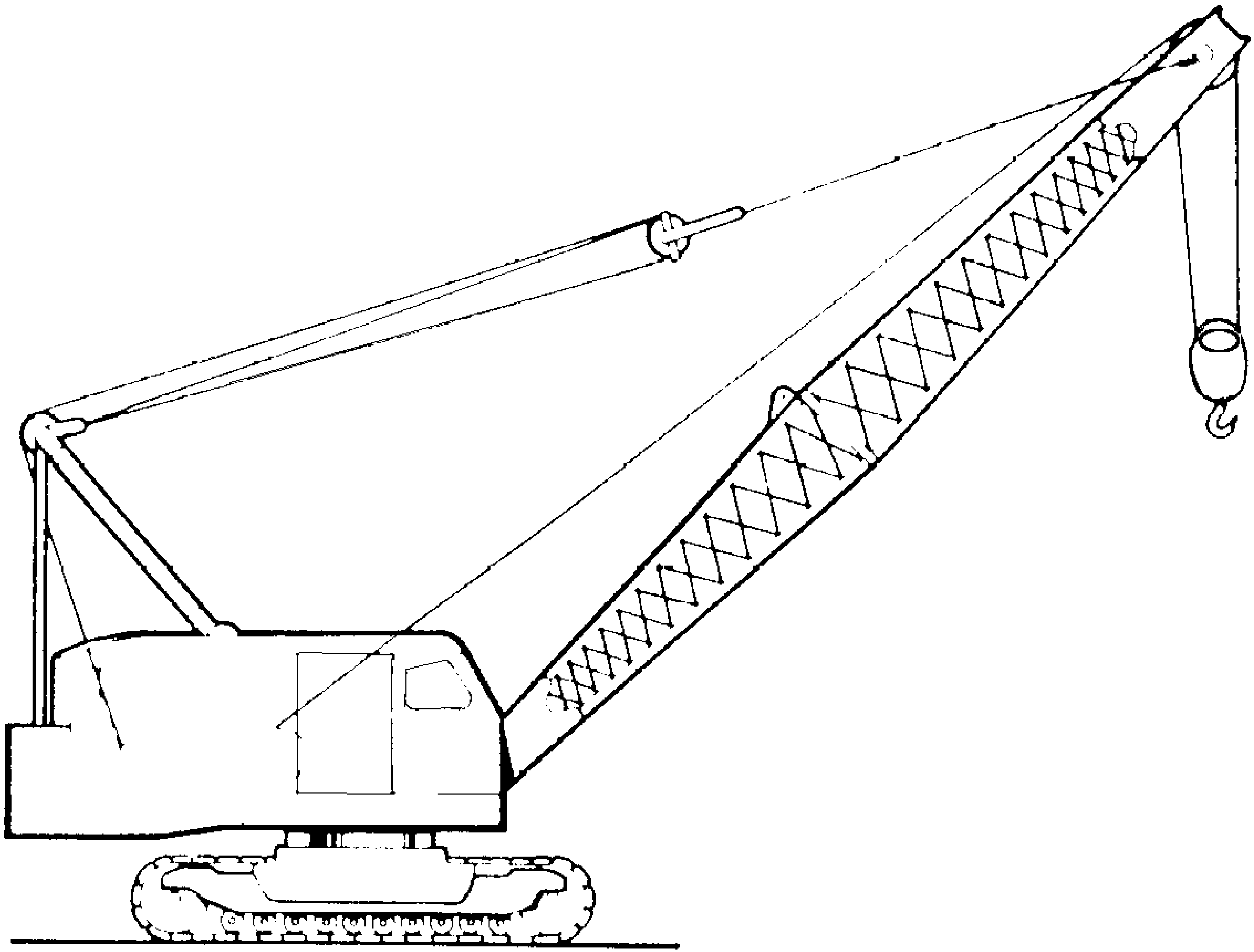


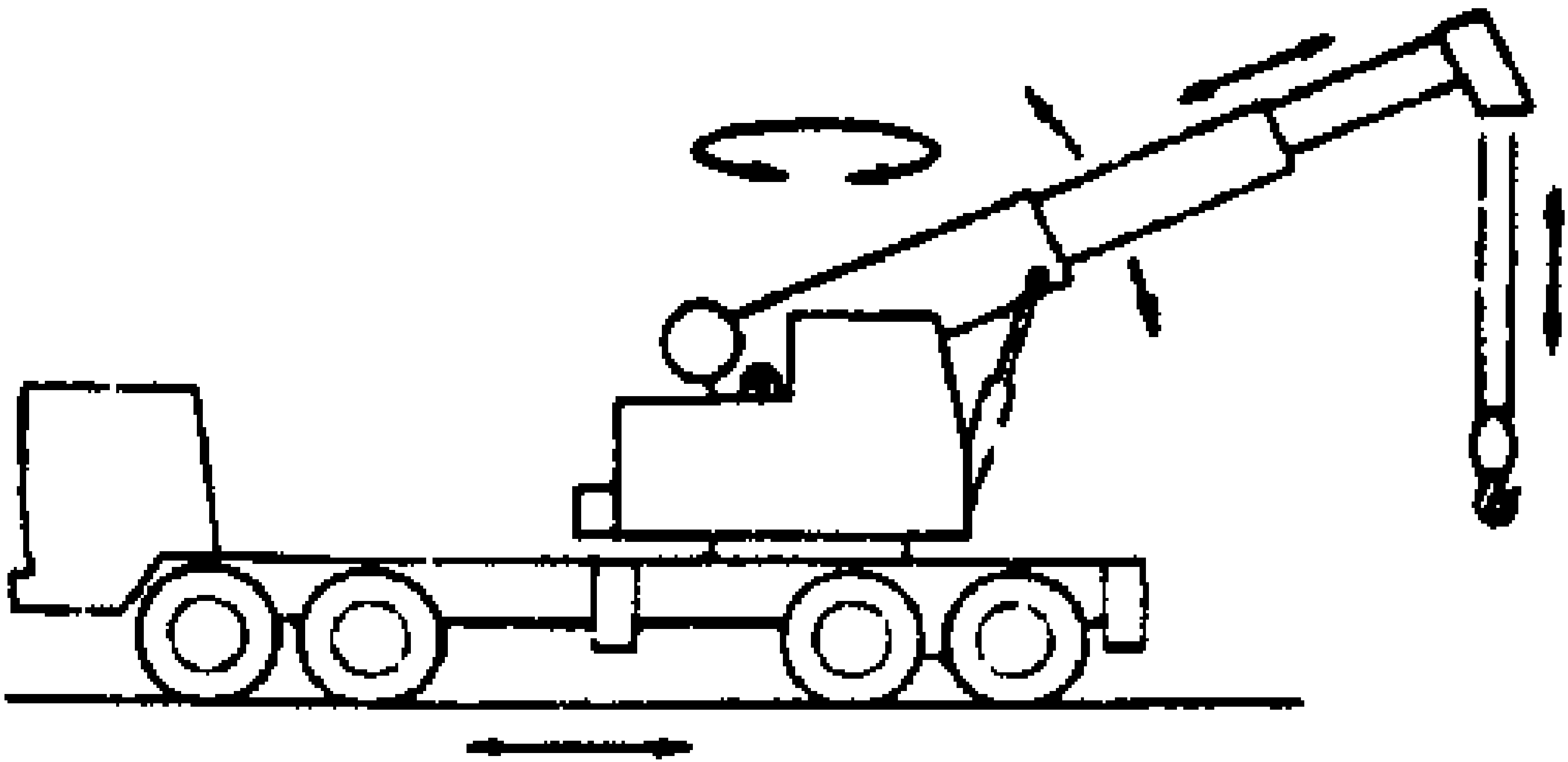




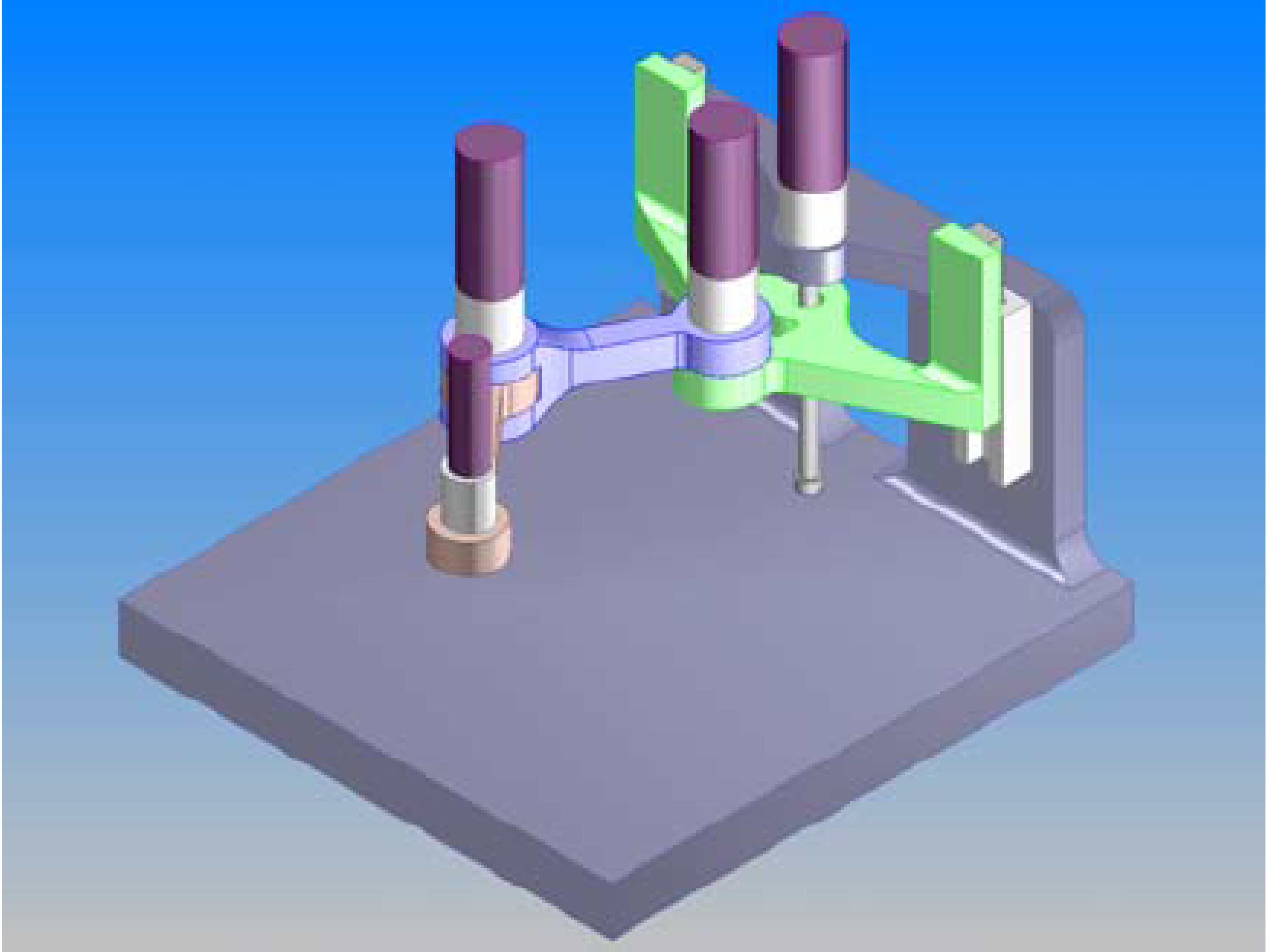


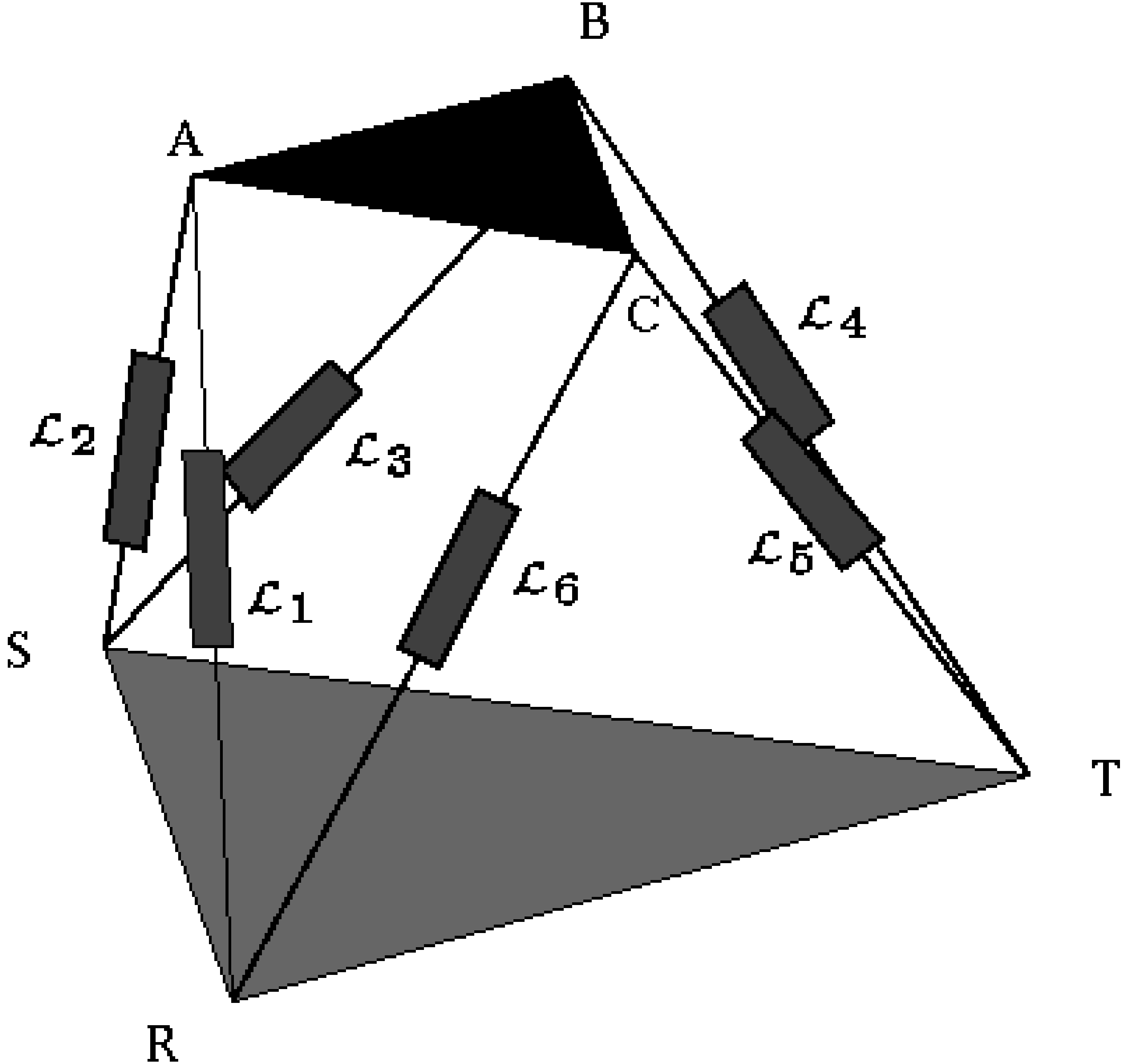


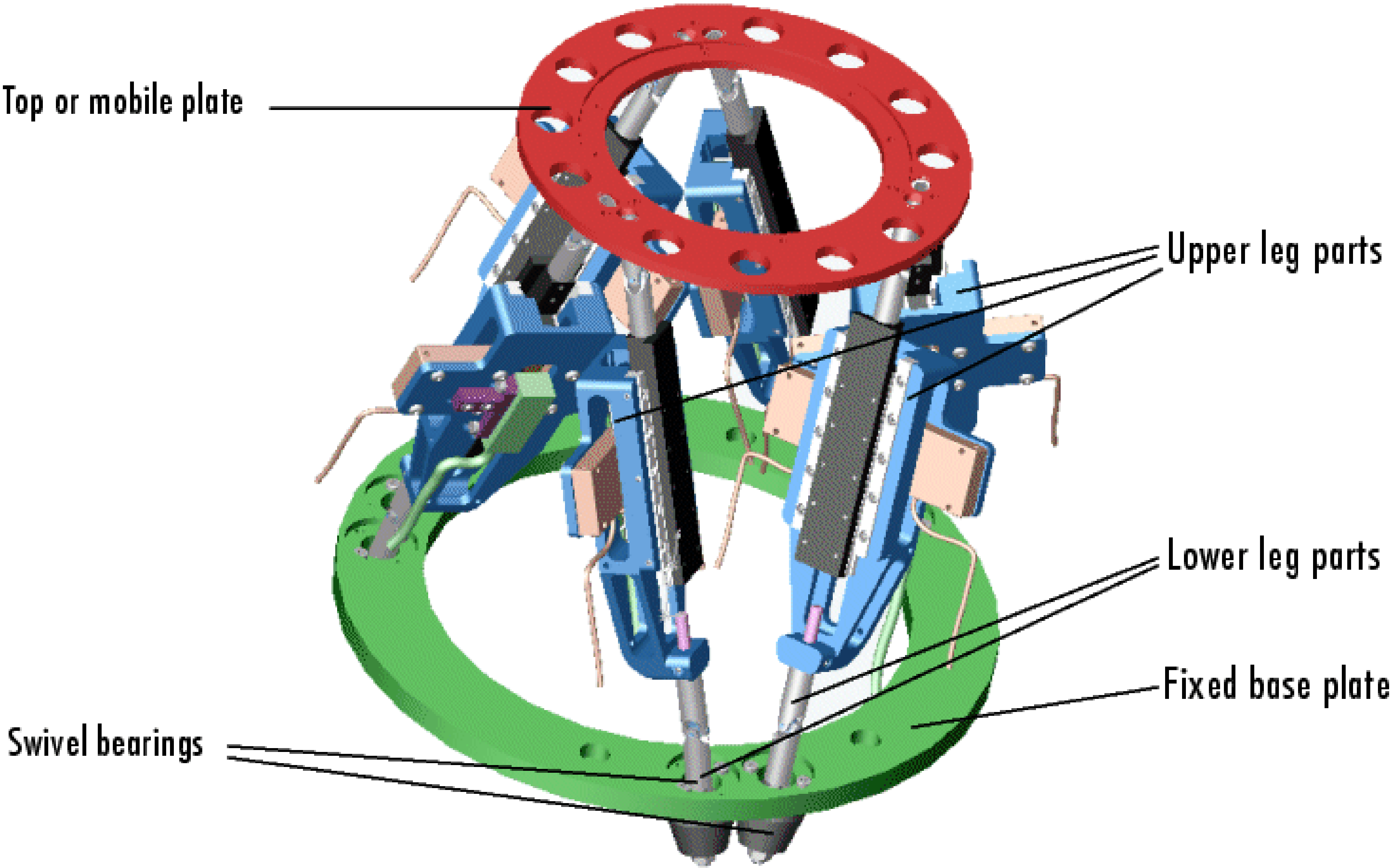




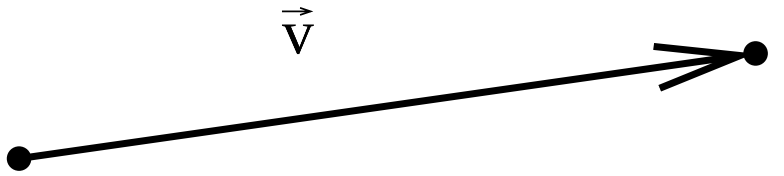

Link-Belt
Link-Belt
Link-Belt

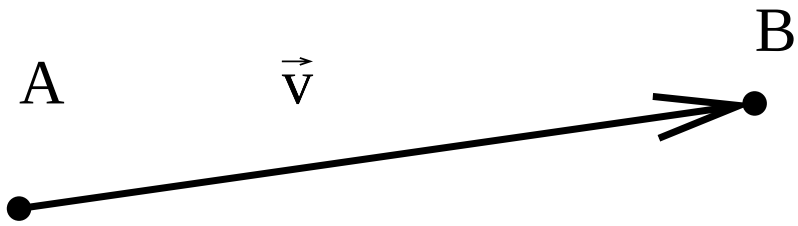


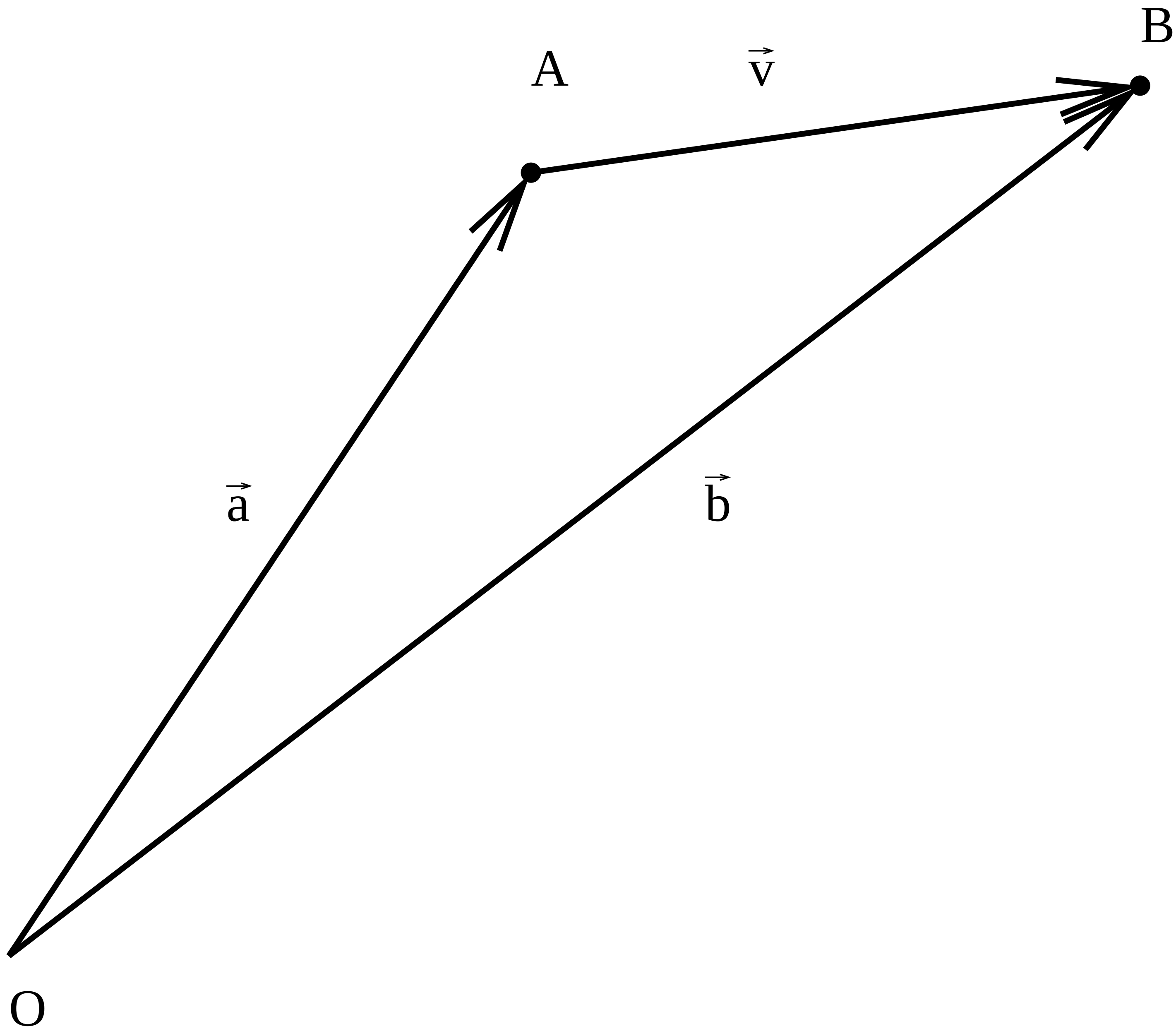

B
A
C
$\mathcal{L}_4$
$\mathcal{L}_2$
$\mathcal{L}_3$
$\mathcal{L}_6$
$\mathcal{L}_5$
$\mathcal{L}_1$
S
T
R

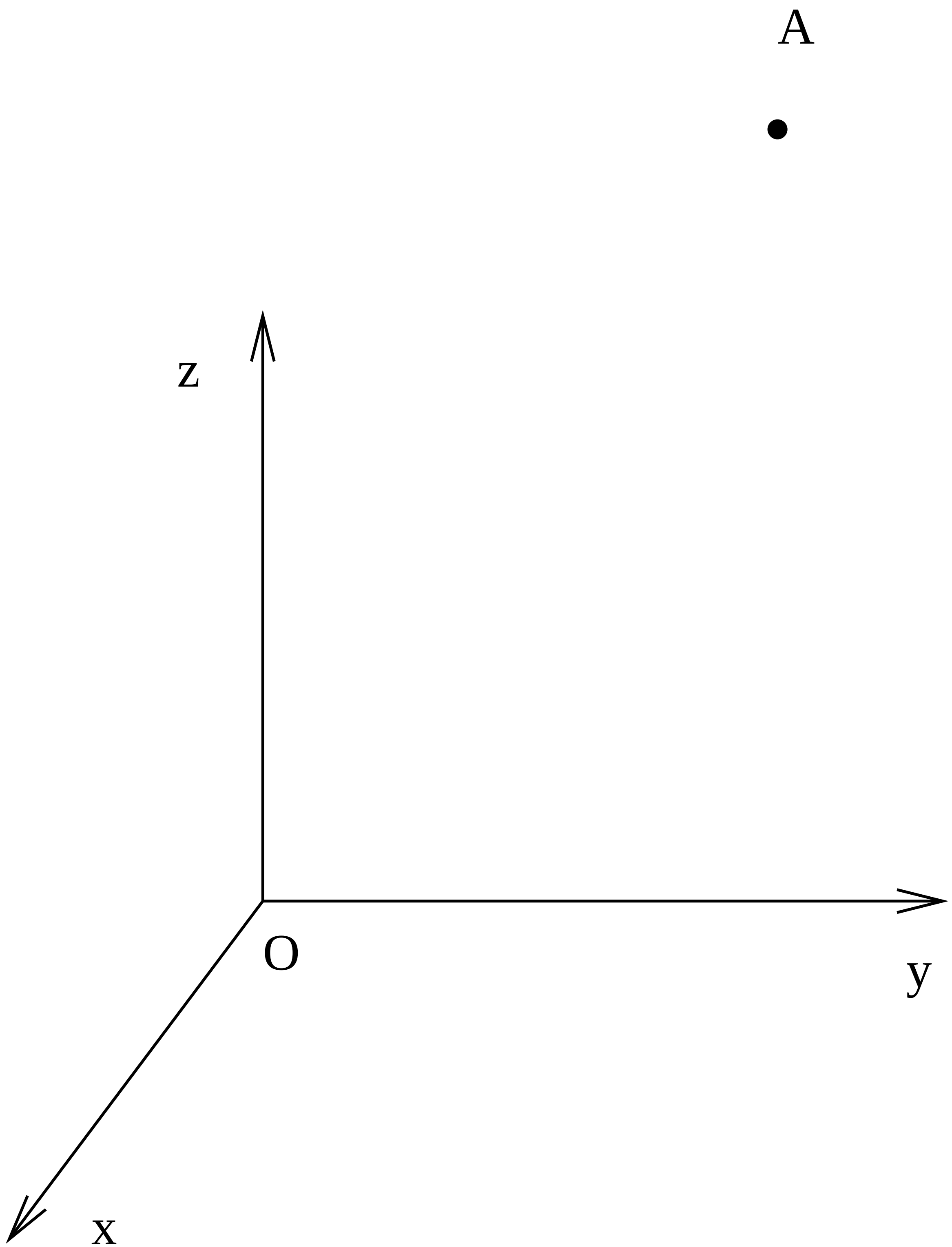

Top or mobile plate
Upper leg parts
Lower leg parts
Fixed base plate
Swivel bearings

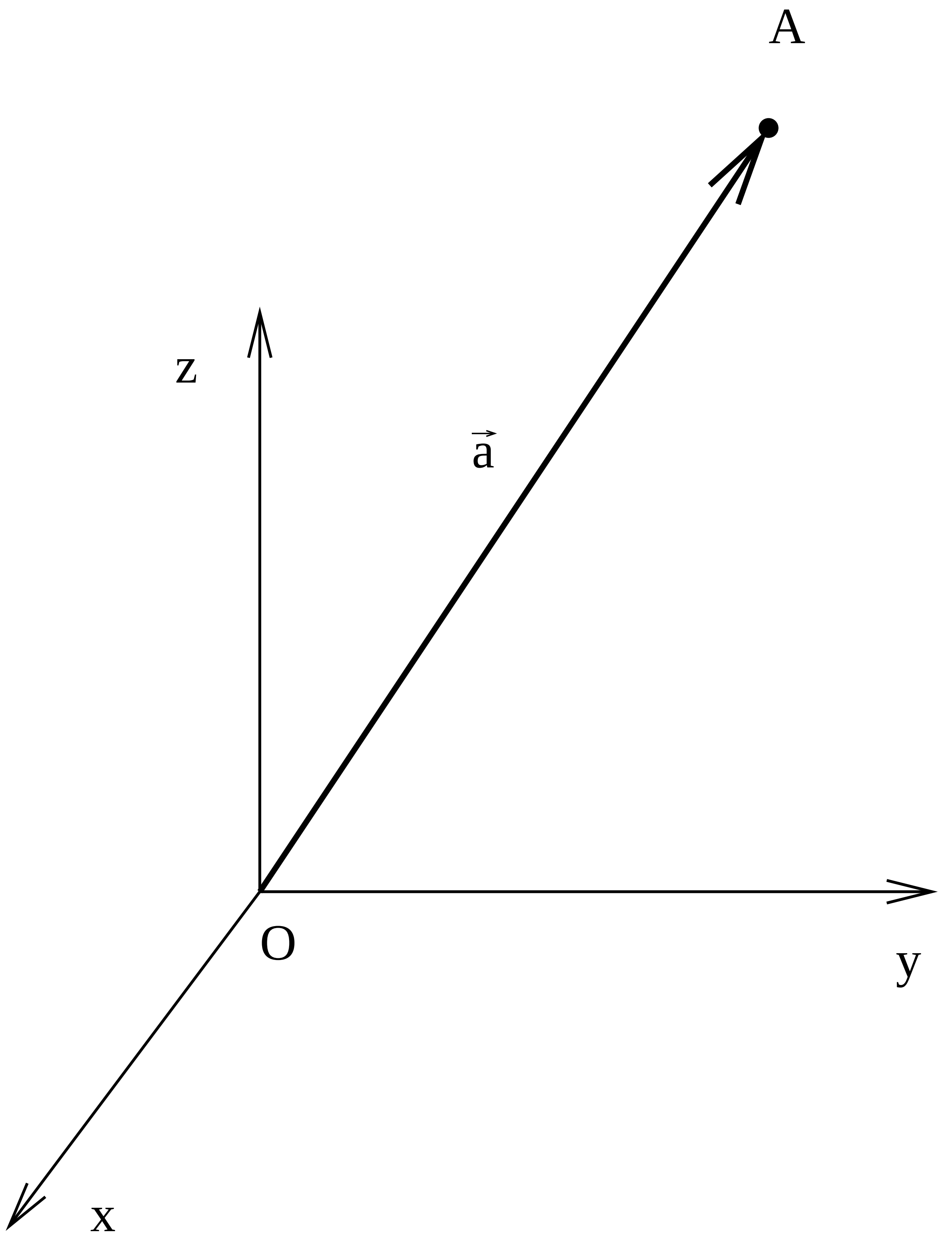
A

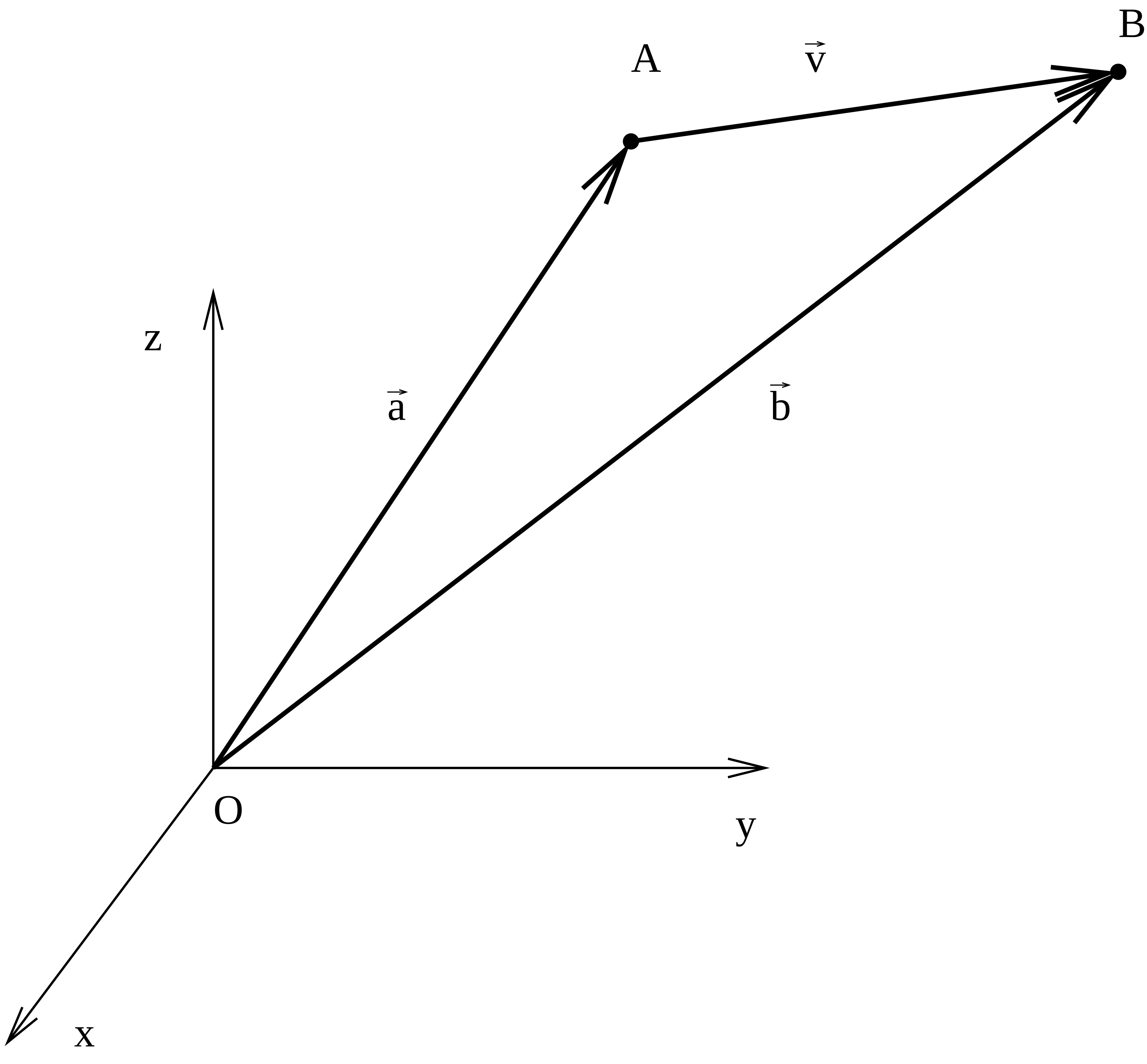

$\vec{v}$

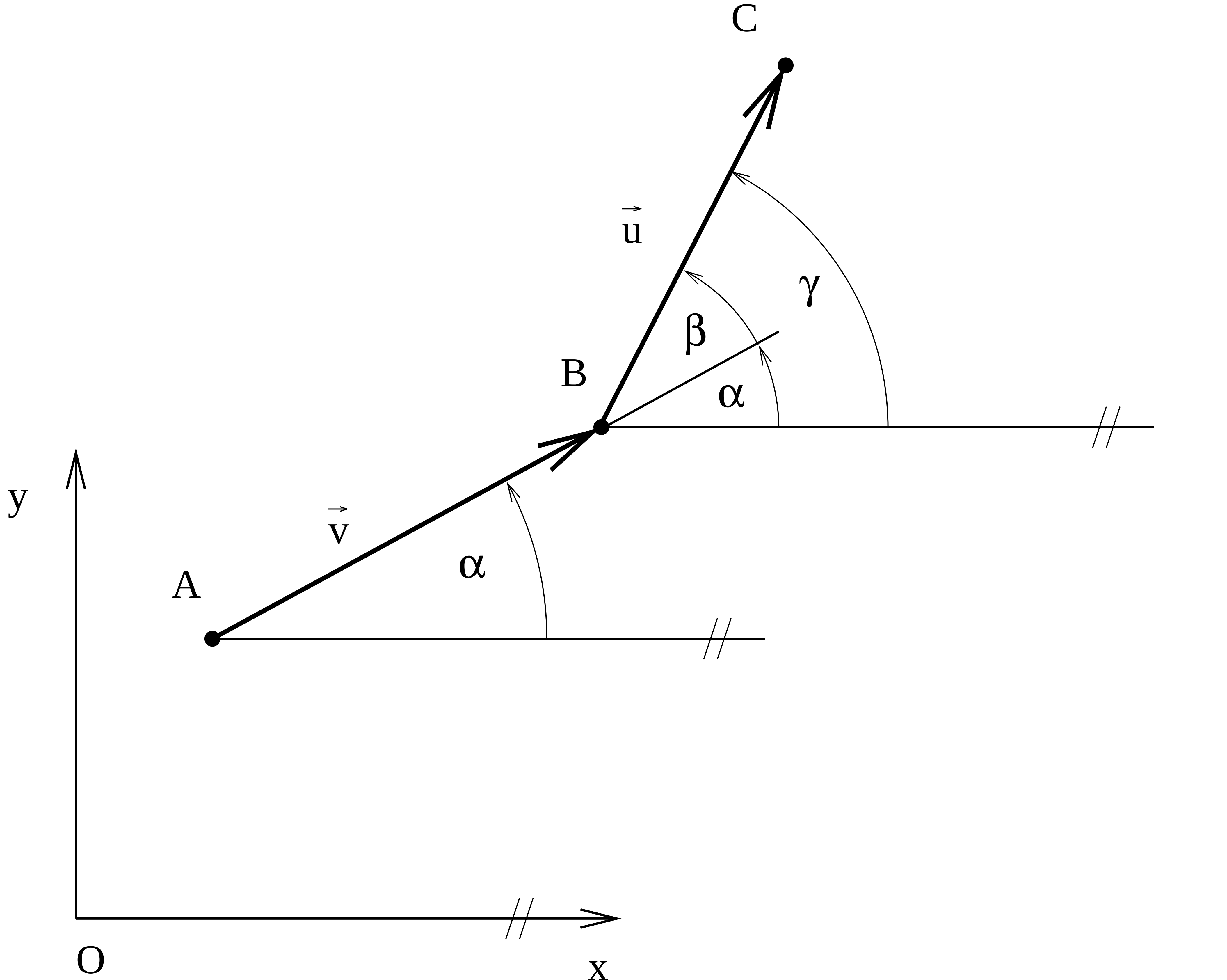

A
$\vec{v}$
B


B
A
$\vec{v}$
$\vec{a}$
$\vec{b}$
O

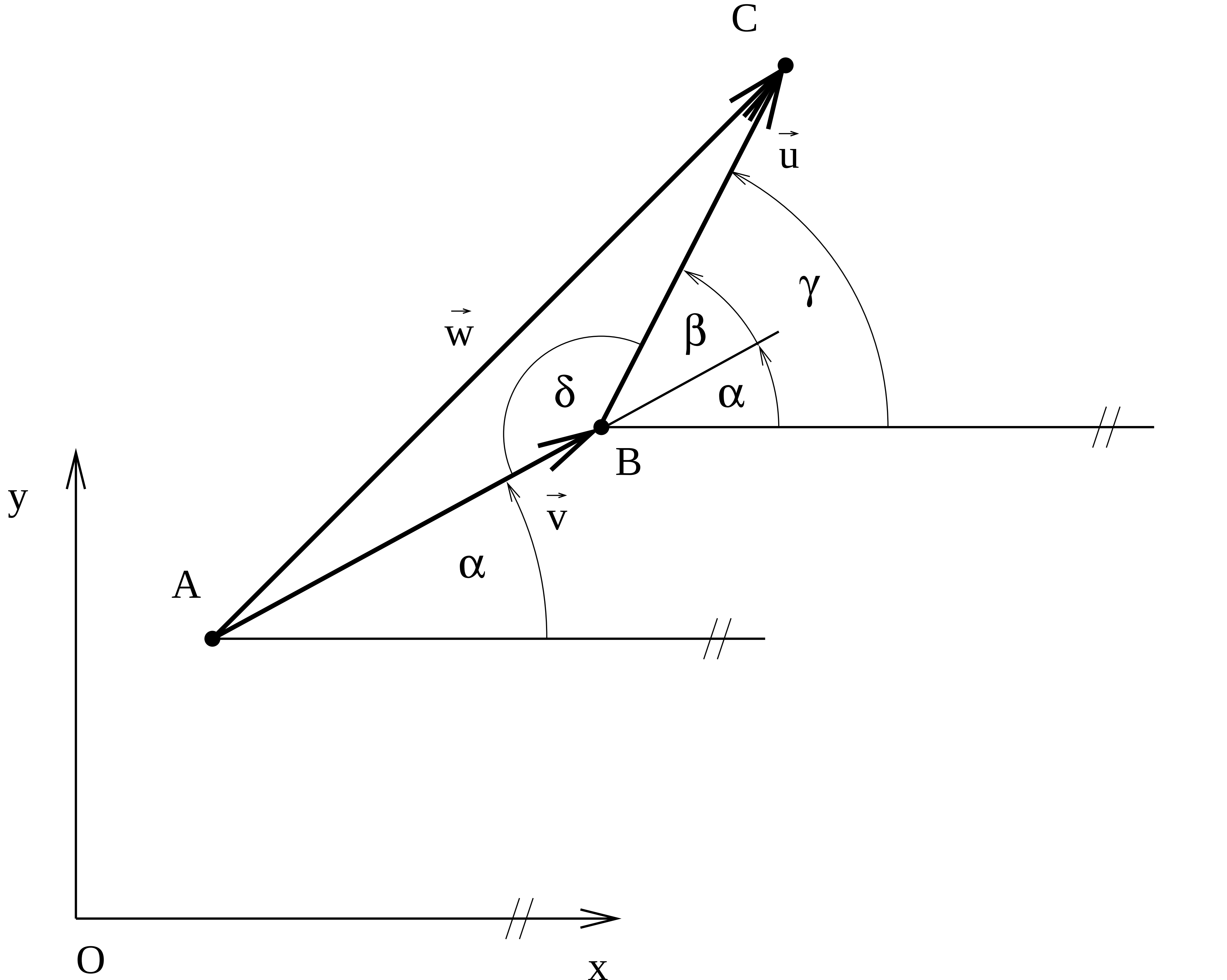

A
z
O
y
x


A
z
$\vec{a}$
O
y
x

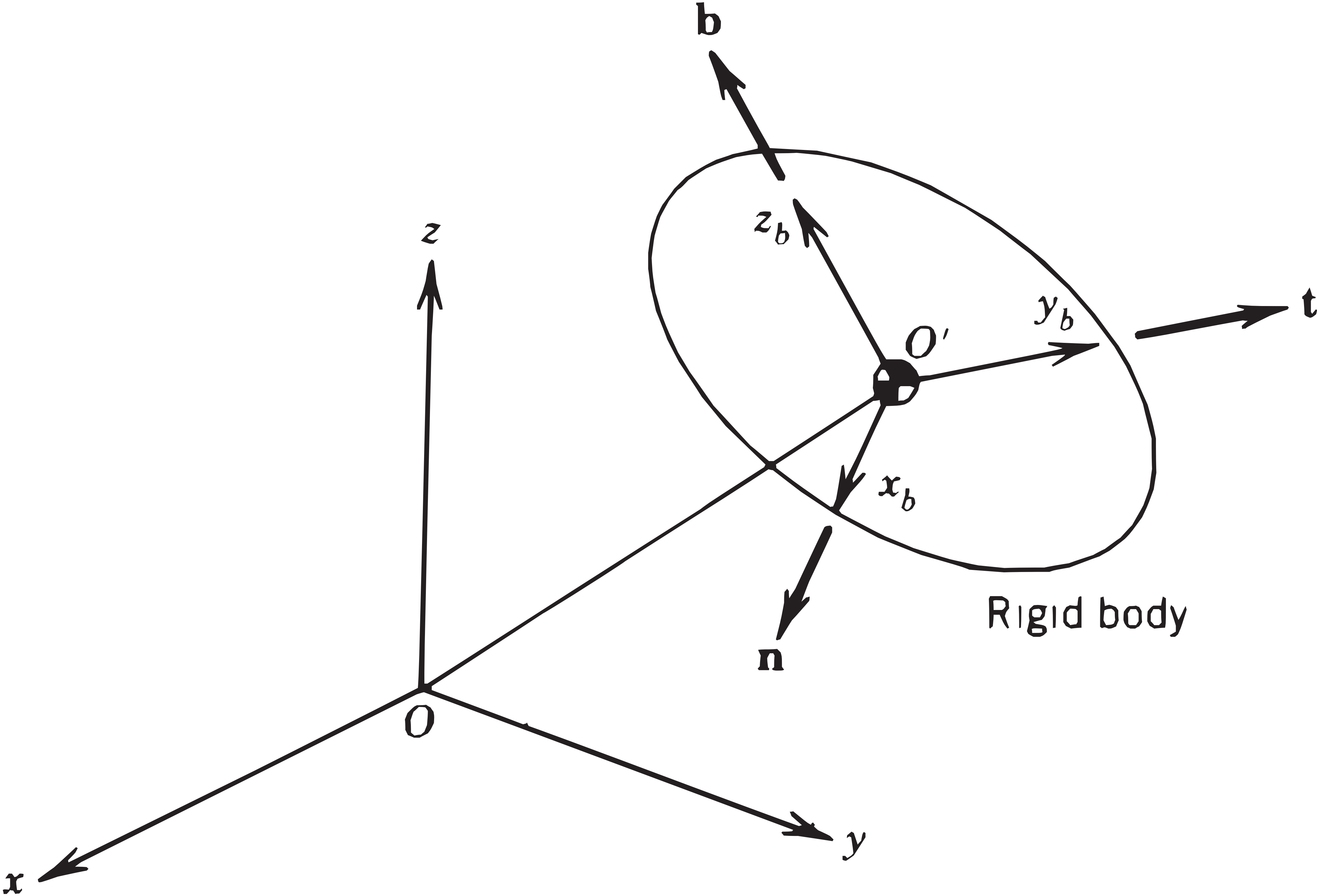

B
A
$\vec{v}$
z
$\vec{a}$
$\vec{b}$
O
y
x

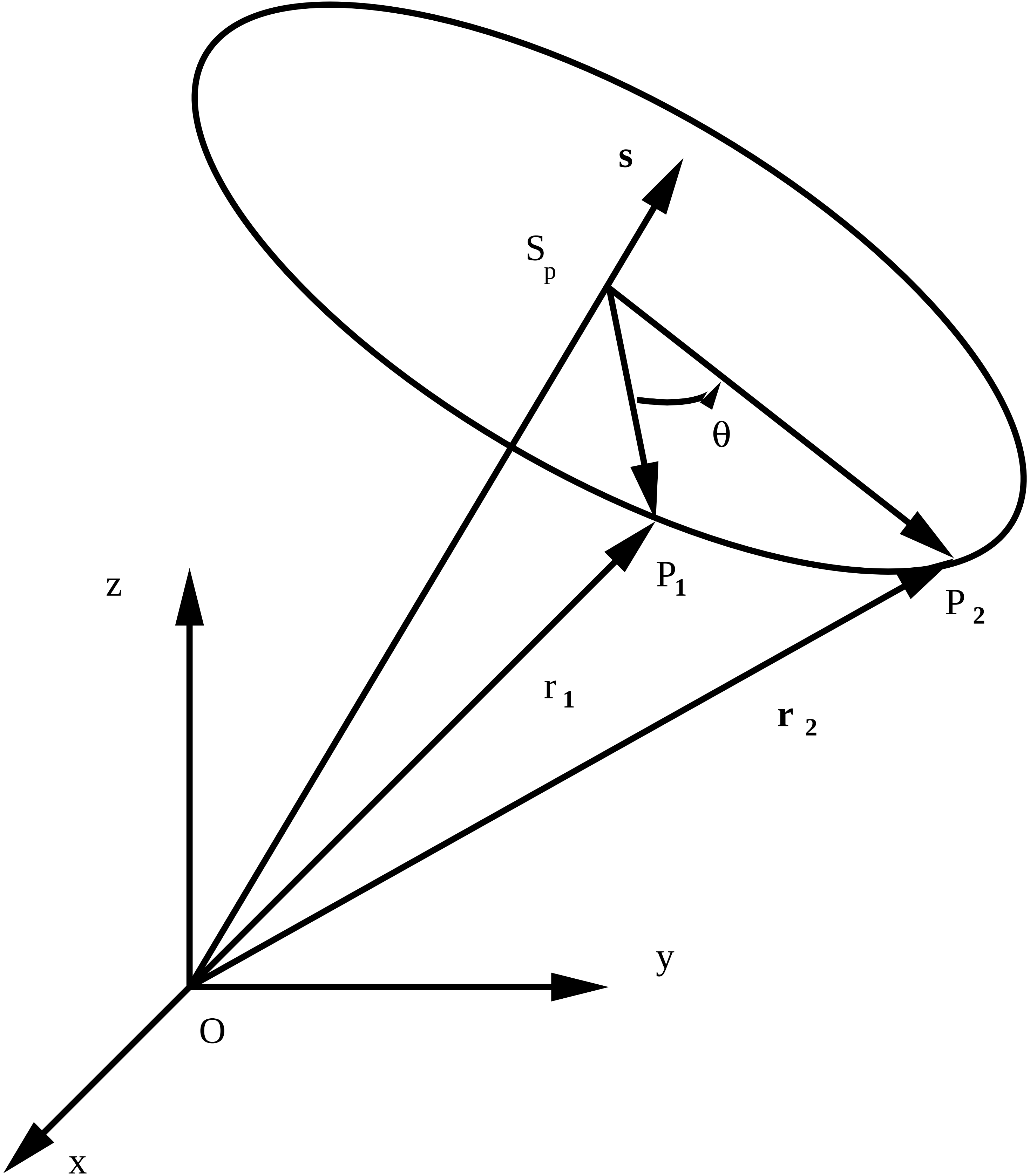


C
$\vec{u}$
γ
β
B
α
y
$\vec{v}$
A
α
O
x

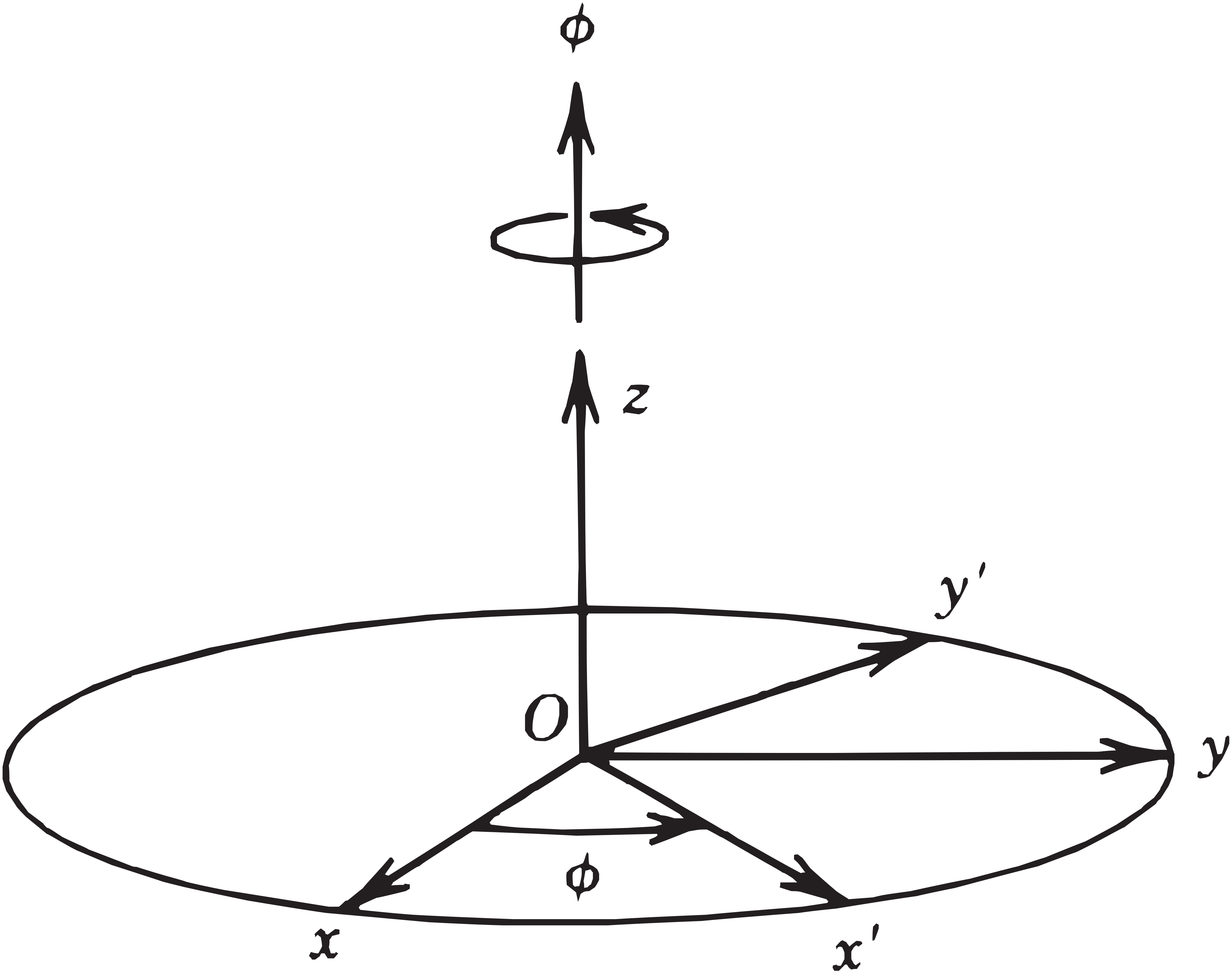


C
$\vec{u}$
$\vec{w}$
γ
β
δ
α
B
y
$\vec{v}$
α
A
O
x

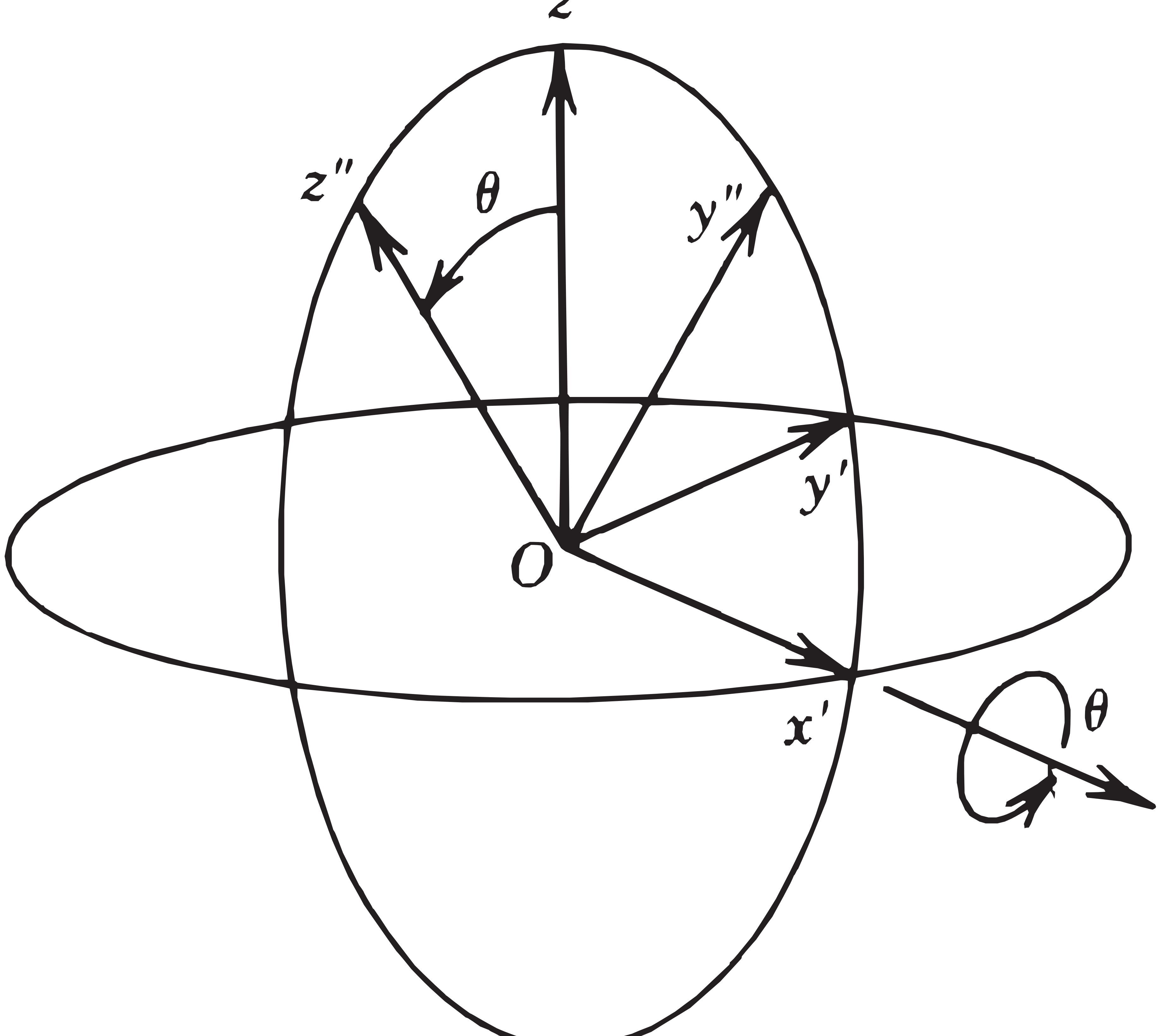

b
z_b
z
y_b
t
O'
x_b
n
Rigid body
O
x
y

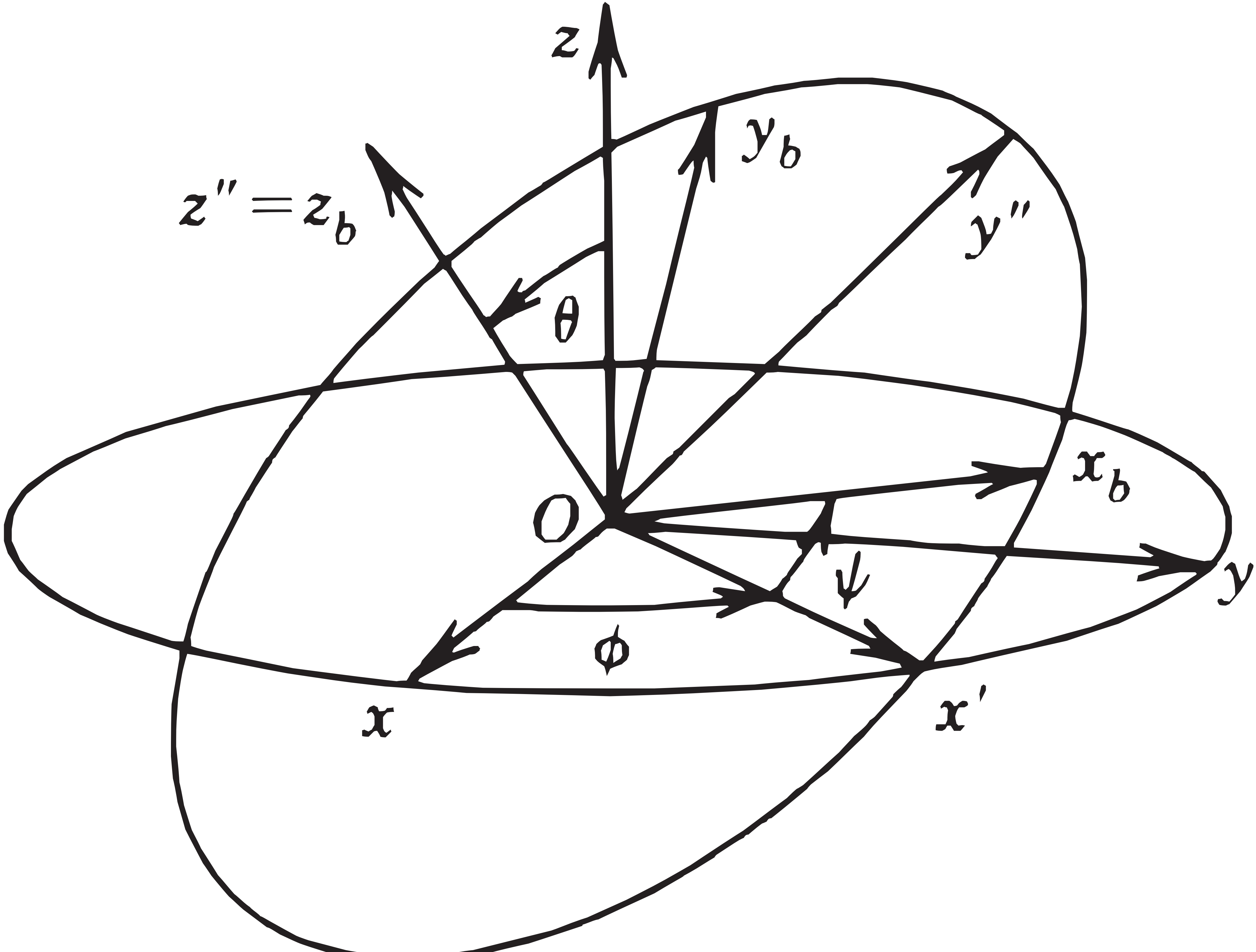


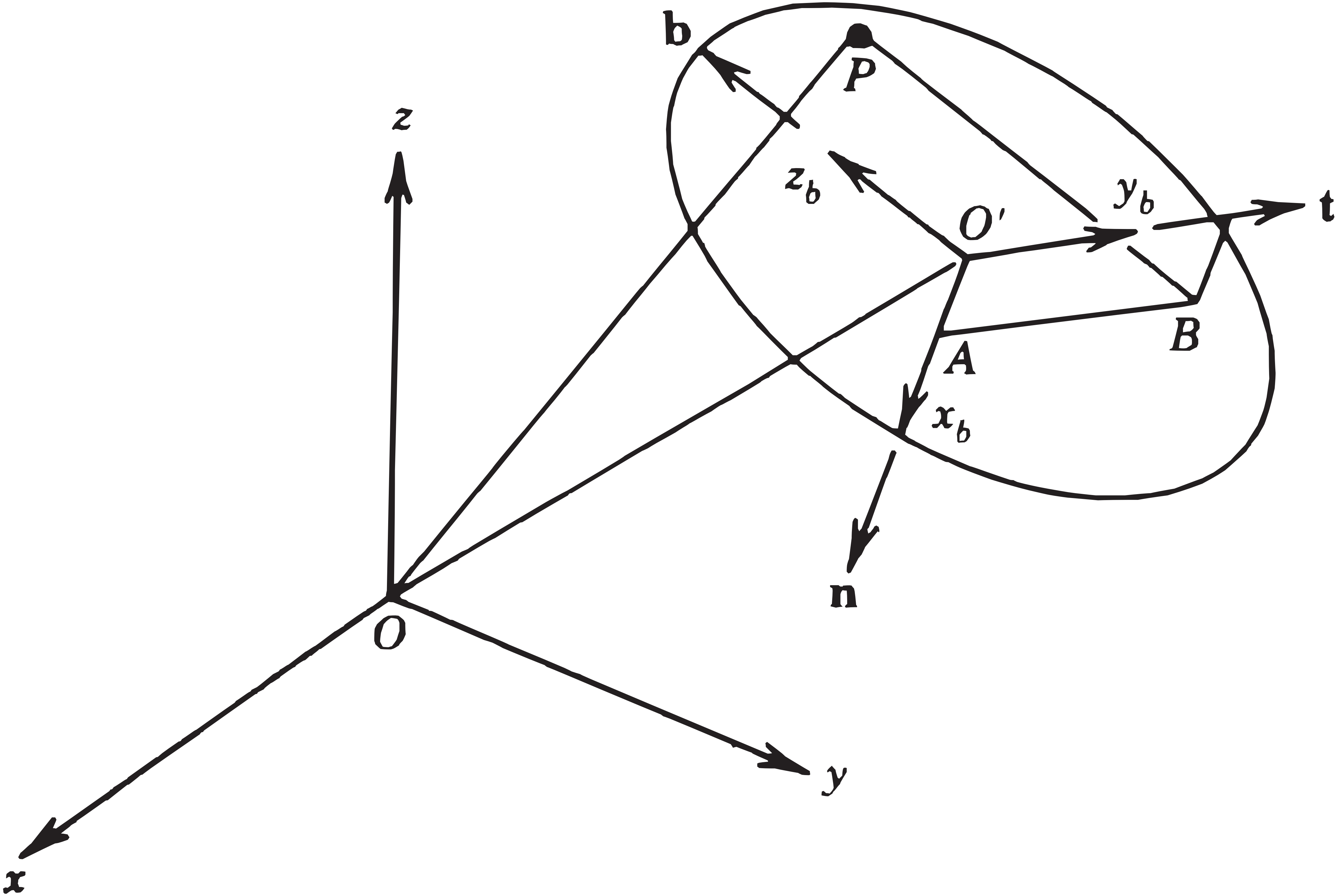
s
S_p
θ
P_1
P_2
z
r_1
$\mathbf{r}_2$
y
O
x

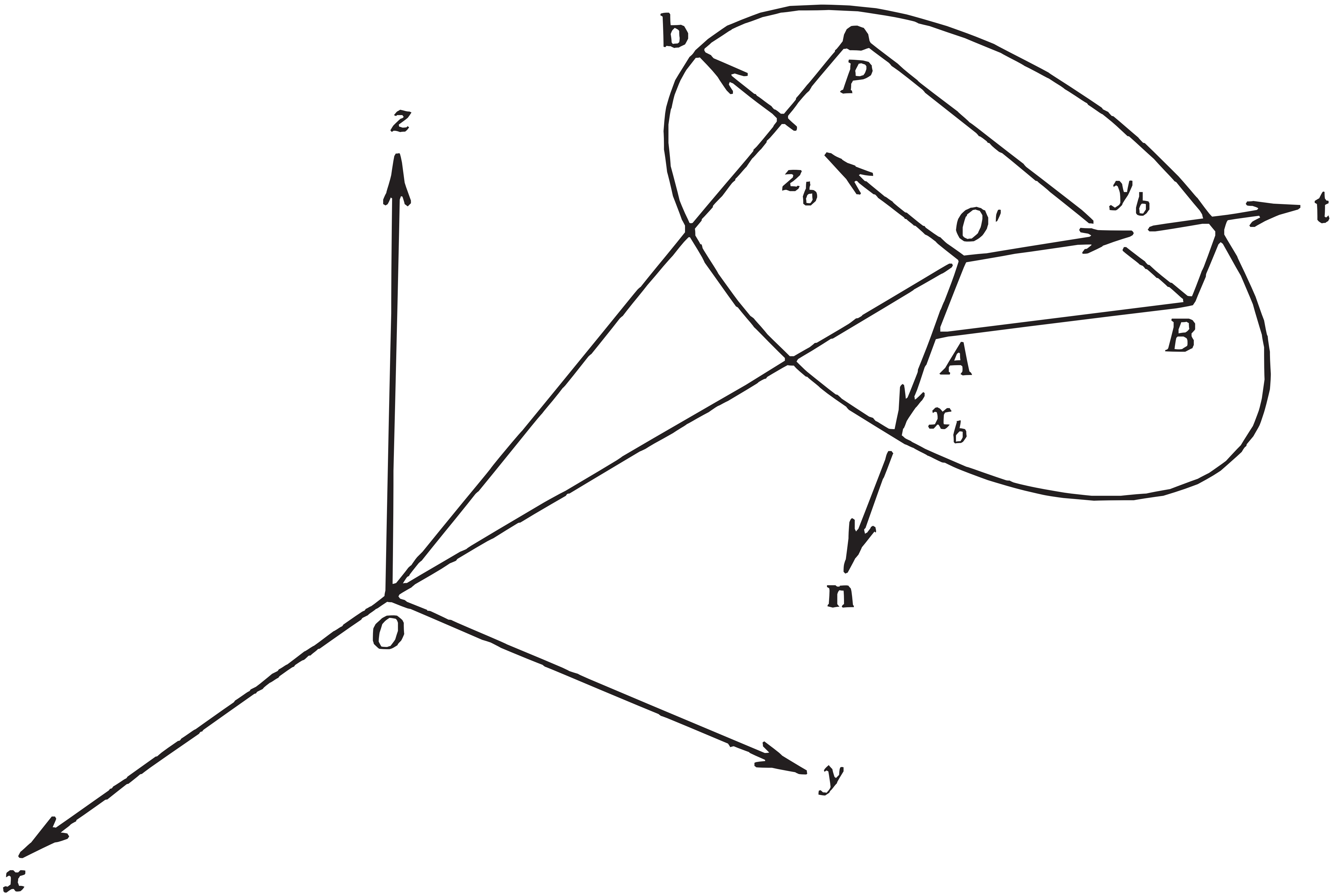


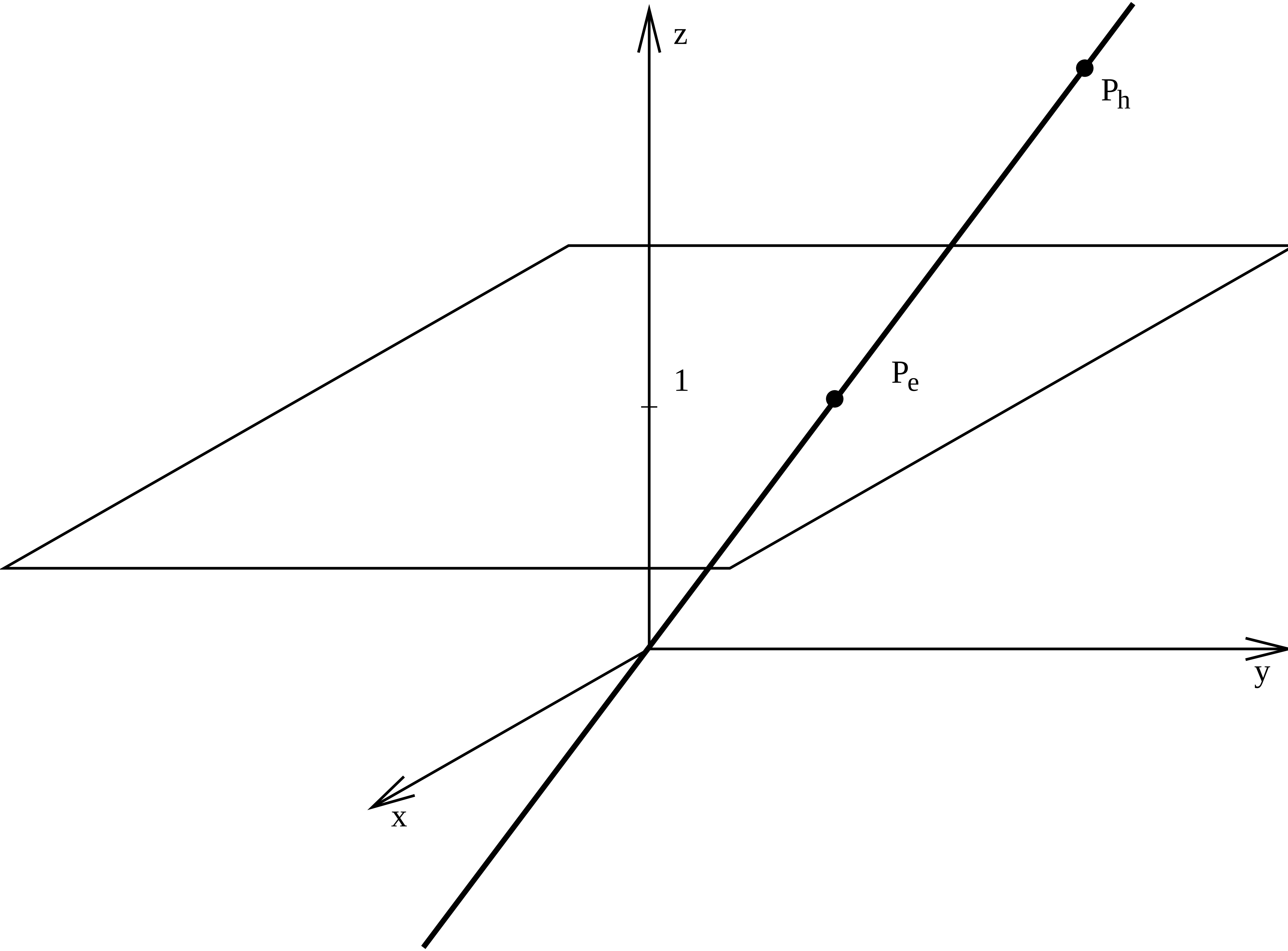
ϕ
z
y'
O
y
ϕ
x
x'

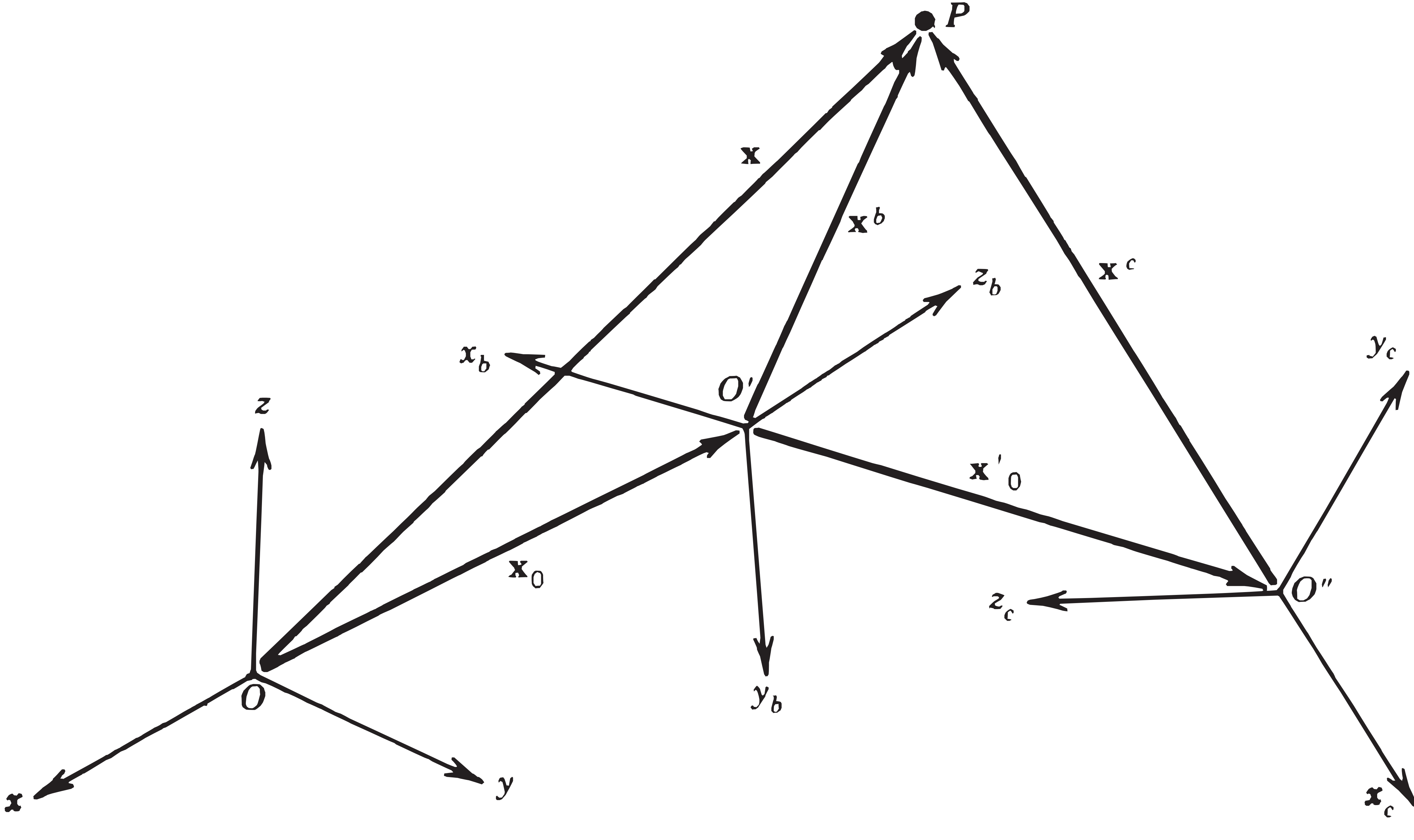

z
z''
θ
y''
y'
O
x'
θ


z
$z'' = z_b$
y_b
y''
θ
O
x_b
y
ψ
ϕ
x
x'


b
P
z
z_b
y_b
O'
t
B
A
x_b
n
O
x
y


b
P
z
z_b
y_b
t
O'
B
A
x_b
n
O
x
y


z
P_h
1
P_e
y
x



P
x
x b
x c
z b
x b
y c
O′
z
x ′ 0
x 0
O″
z c
O
y b
x
y
x c