Digitální obraz, základní pojmy

Václav Hlaváč

České vysoké učení technické v Praze

Český institut informatiky, robotiky a kybernetiky

160 00 Praha 6, Jugoslávských partyzánů 1580/3

`http://people.ciirc.cvut.cz/hlavac`, `vaclav.hlavac@cvut.cz`

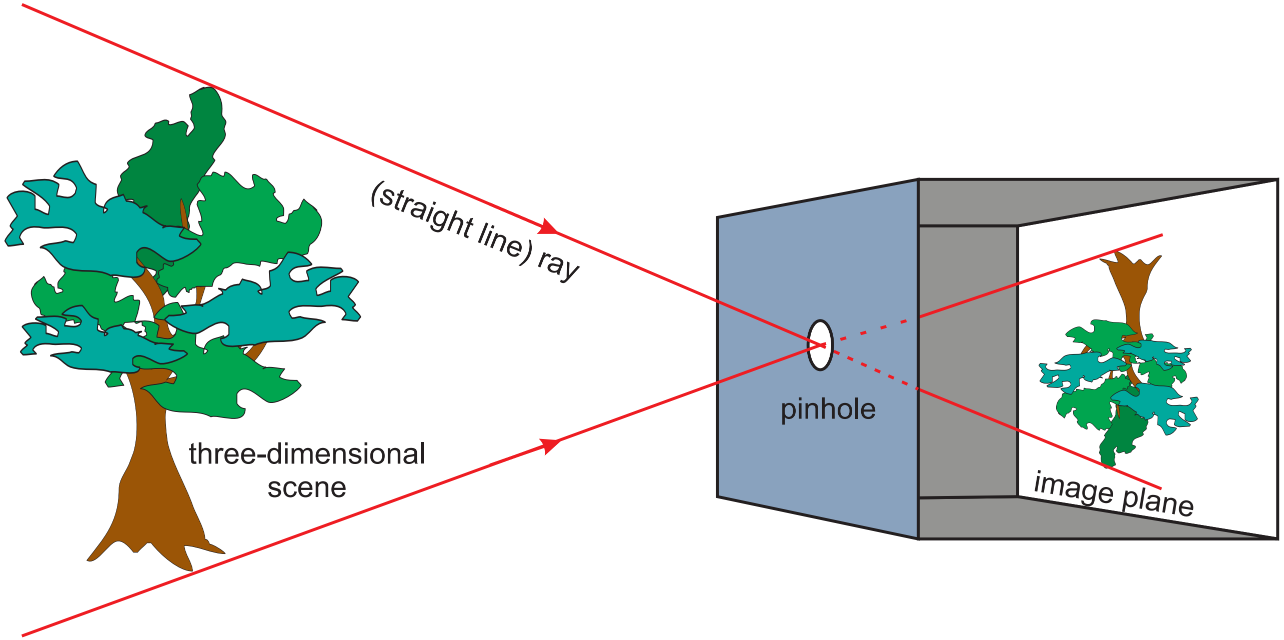
také z Centra strojového vnímání, `http://cmp.felk.cvut.cz`

Osnova přednášky:

- Obraz, perspektivní zobrazení.
- Obrazová funkce $f(x, y)$.
- Digitalizace obrazu: vzorkování $+$ kvantování.
- Vzdálenost v obrazu, okolí pixelu.
- Relace souvislosti, oblast, konvexní oblast.
- Vzdálenostní transformace.
- Vlastnosti celého obrazu: histogram jasu, jas, kontrast, barevná sytost, ostrost.

Obraz

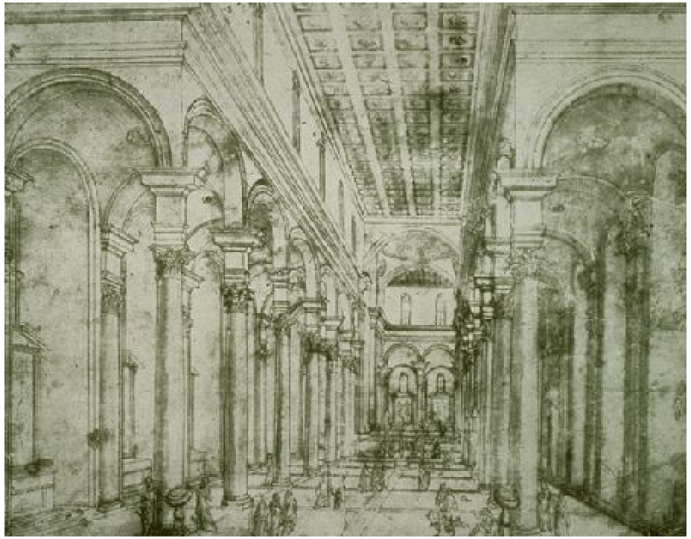
- **Obraz** je chápán intuitivně jako vjem na sítnici lidského oka, obraz na světlocitlivém čipu, TV kameře, . . .
- Obraz je často pořízen pomocí **perspektivní projekce** shodující se s intuitivním modelem dírkové komory.



Konvence:
Uvažujeme směr světla zleva doprava.

Perspektivní zobrazování započalo v italském renesančním malířství

Filippo Brunelleschi vytvořil kresbu v perspektivě, aby ukázal zákazníkům, jak bude vypadat kostel Santo Spirito ve Florencii.

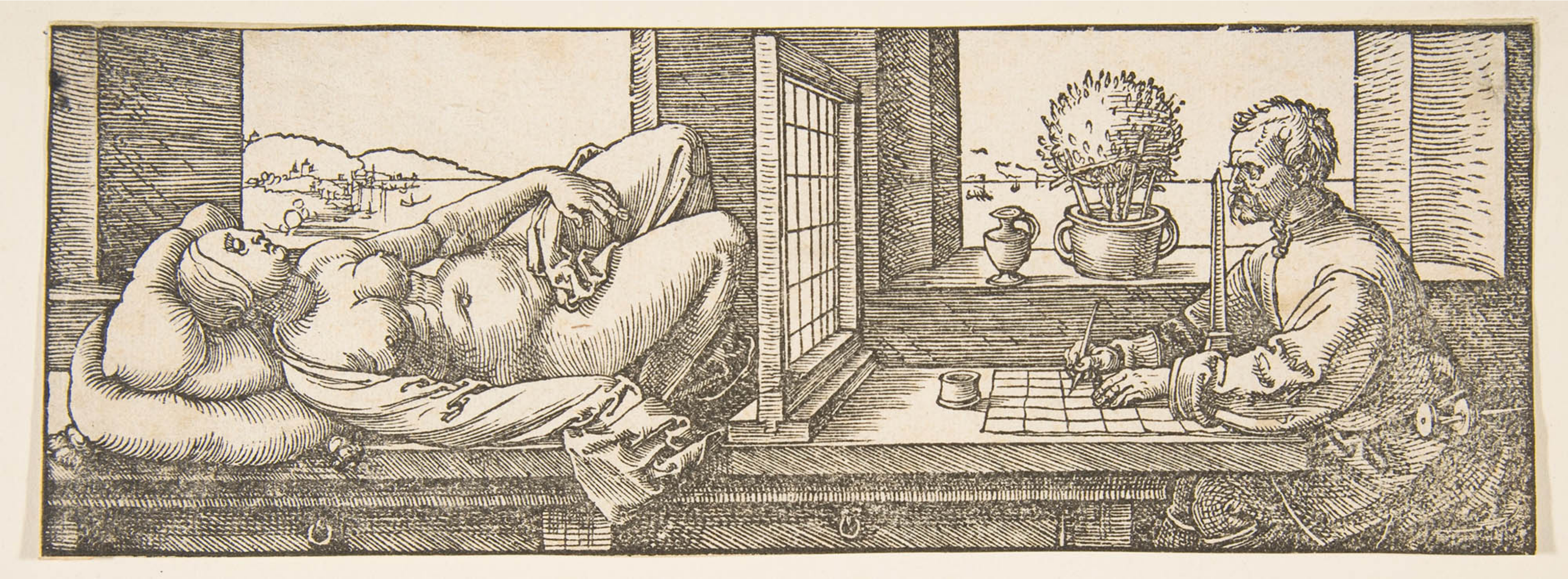


Kresba z ≈1420

Pohled do kostela postaveného 1434-82

Poděkování za obrázky: Khan Academy

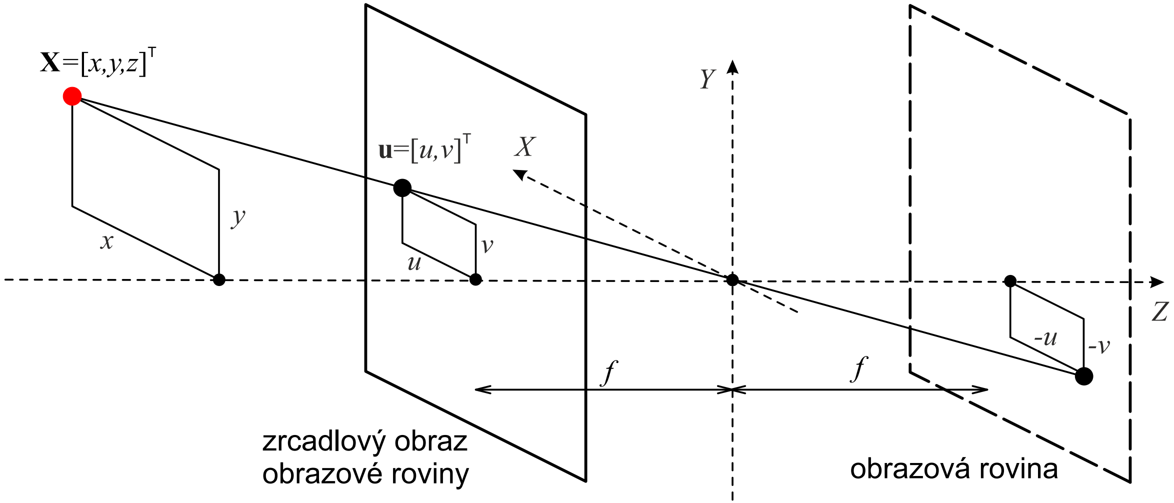
Ukázka praktické perspektivy ze 16. století



Albrecht Dürer: Ležící žena, dřevoryt, 1525

Obrazová funkce

- Obrazová funkce se označuje $f(x, y)$, $f(x, y, t)$. Je výsledkem perspektivního zobrazení, které vyjadřuje geometrickou stránku věci.



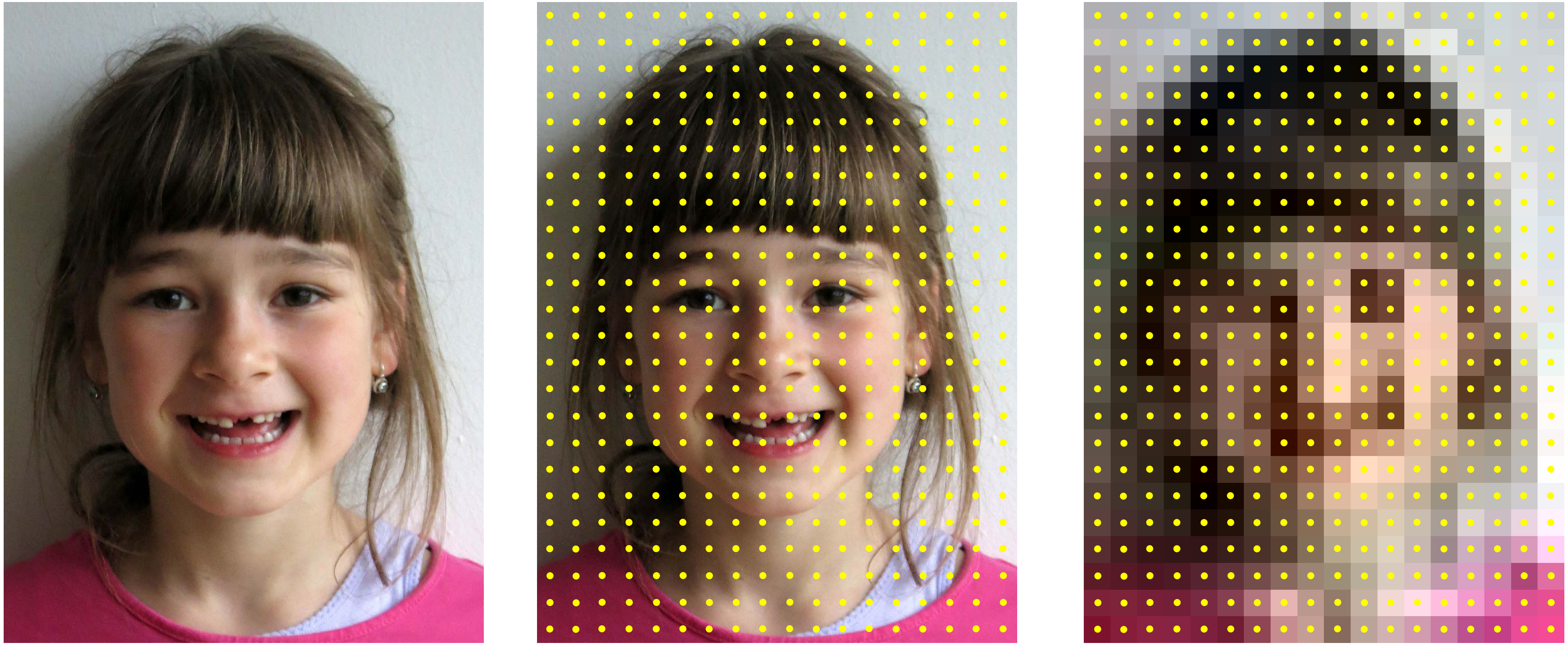
- Při uvažování podobných trojúhelníků: $u = \frac{x\,f}{z}$, $v = \frac{y\,f}{z}$. Místo odvozené 2D obrazové funkce $f(u, v)$ se obvykle používá značení $f(x, y)$.
- Hodnota obrazové funkce odpovídá barvě/jasu 3D bodu (znázorněnému v obrázku červenou tečkou) v příslušném místě ve scéně, který je perspektivně promítnut.

Spojitý obraz a jeho matematické vyjádření

- Spojitý obraz = vstup (chápáno intuitivně), např. na sítnici oka nebo sejmutý TV kamerou.
- Pro jednoduchost předpokládejme šedotónový obraz.
- Spojitá obrazová funkce $f(x, y)$. *Později po digitalizaci matice obrazových elementů, pixelů.*
- (x, y) jsou prostorové souřadnice pixelu; rozuměj souřadnice v rovině.
- $f(x, y, t)$ v případě obrazové sekvence je t čas.
- $f(x, y)$ je hodnota obrazové funkce, obvykle úměrná jasu, optické hustotě u průhledných předloh, vzdálenosti od pozorovatele, teplotě v termovizi, atd.
- (Přirozeně) 2D obrazy: Tenký vzorek v optickém mikroskopu, obrázek písmene na listu papíru, otisk prstu, jeden řez z počítačového tomografu, atd.

Pixely odpovídají vzorkům

(nikoliv malým čtverečkům)



Digitalizace

- Digitalizace = vzorkování & kvantizace hodnoty obrazové funkce (též intenzity).
  - Vzorkování vybere ze spojité obrazové funkce vzorky. Výsledkem jsou vzorky v diskrétním rastru (je jich konečný počet). Hodnota vzorku zůstává "spojitá", tj. reálné číslo.
  - Kvantování rozdělí reálnou hodnotu vzorku na konečný počet hodnot (též přihrádek). U šedotónového obrazu např. na 256 hodnot.

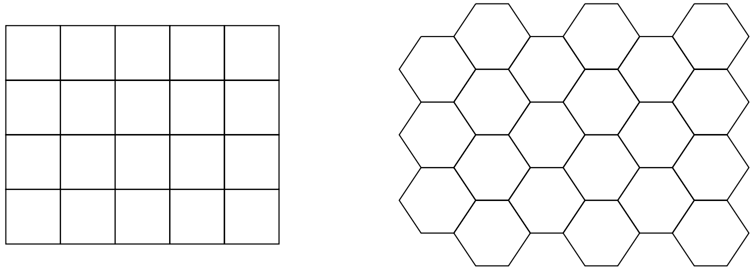

Příklad: *šedý klín* 6 *šedotónových přihrádek*

- Digitální obraz se obvykle reprezentuje maticí.
- Pixel = akronym, angl. picture element.

Vzorkování obrazu

Vzorkování obrazu zahrnuje dvě úlohy:

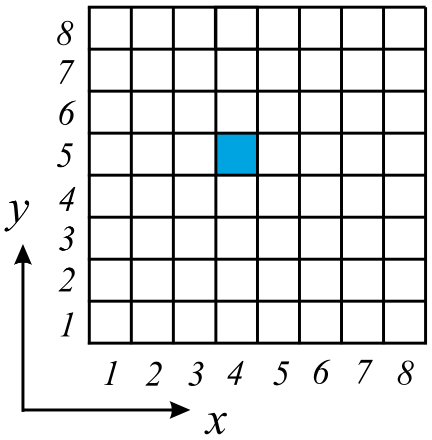
1. Vzor pro vzorkování (=uspořádání vzorkovacích bodů do pravidelného rastru).

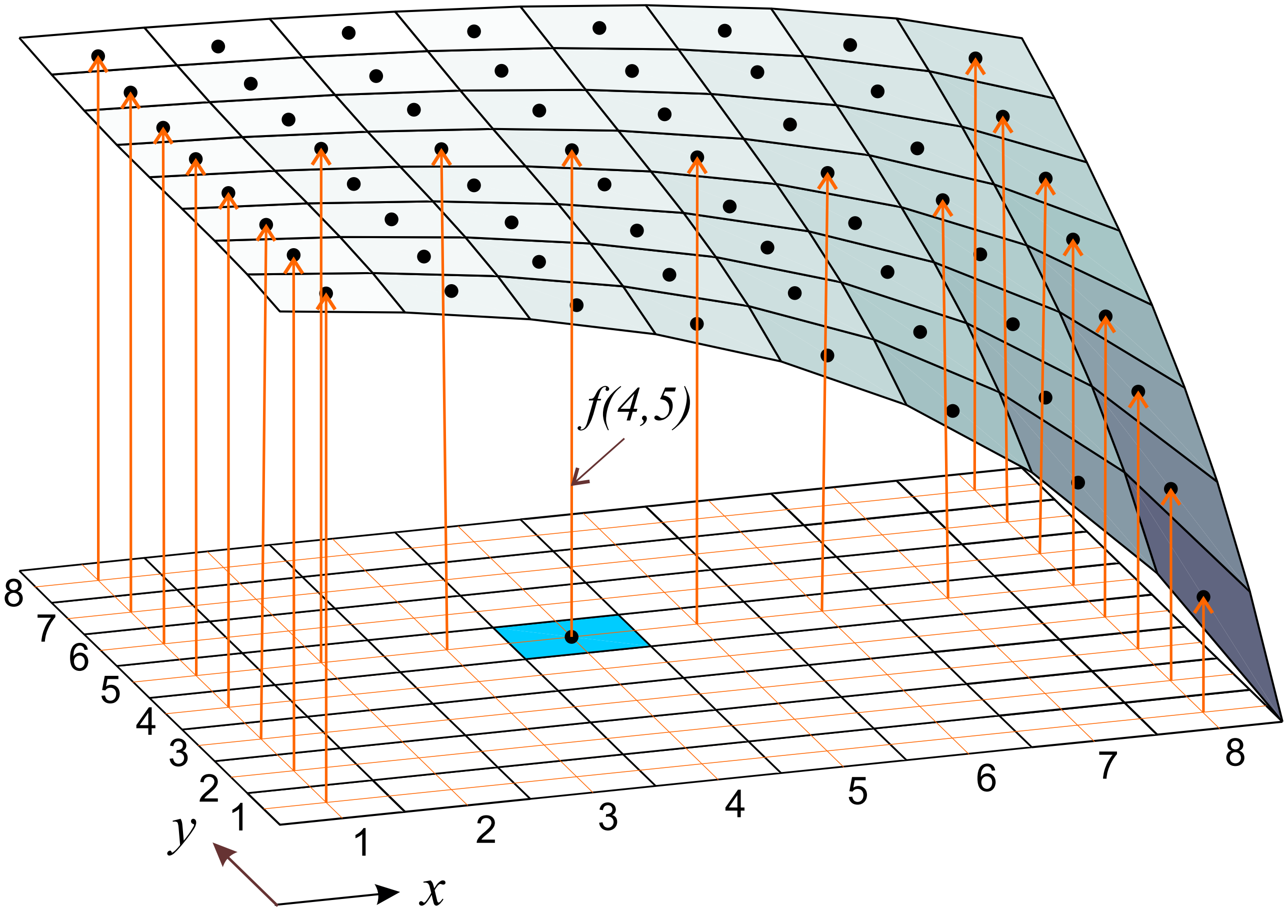


(a) (b)

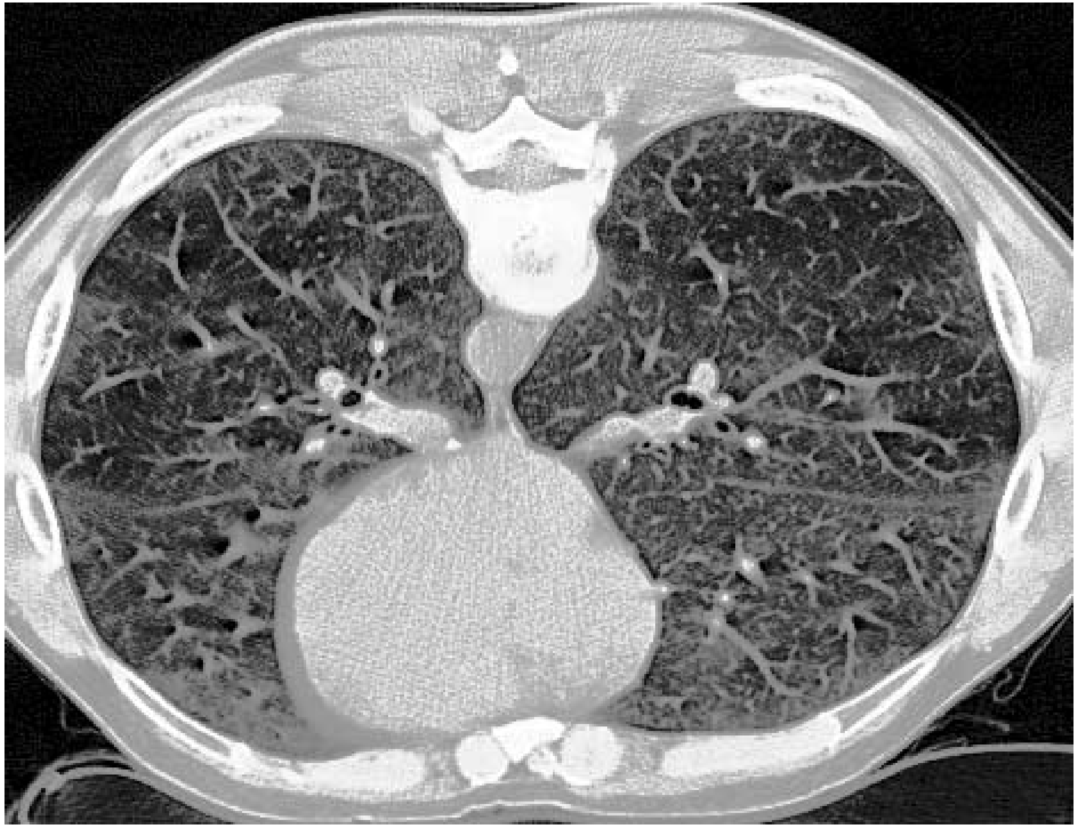
2. Rychlost/vzdálenost vzorkování (vyjadřuje Nyquist-Shannonova věta o vzorkování).
   - Vzorkovací frekvence musí být $2\times >$ než maximální frekvence v signálu; což je nejvyšší frekvence rekonstruovatelná z vzorkovaného signálu. Větu odvodíme, až budeme umět Fourierovu transformaci.
   - V obrazech se musí velikost vzorku (pixelu) být dvakrát menší než nejmenší detail, který chceme zaznamenat.

Vzorkování obrazu, ilustrace





Příklad digitálního obrazu
jeden řez z rentgenového tomografu



První scanner obrazu, 1957

The SEAC Scanner
with control console in background

Prvním skenovaným obrázkem
bylo dítě R. Kirsche.

Použil dva prahy
a získal tři jasové úrovně.

Russell Kirsch (*1929-†2020), SEAC and the start of image processing at the National Bureau of Standards. In: Annals of the history of computing, IEEE, vol. 20 (1998), p 7-13.

Vzorkování, příklad 1

Original 256×256

128×128

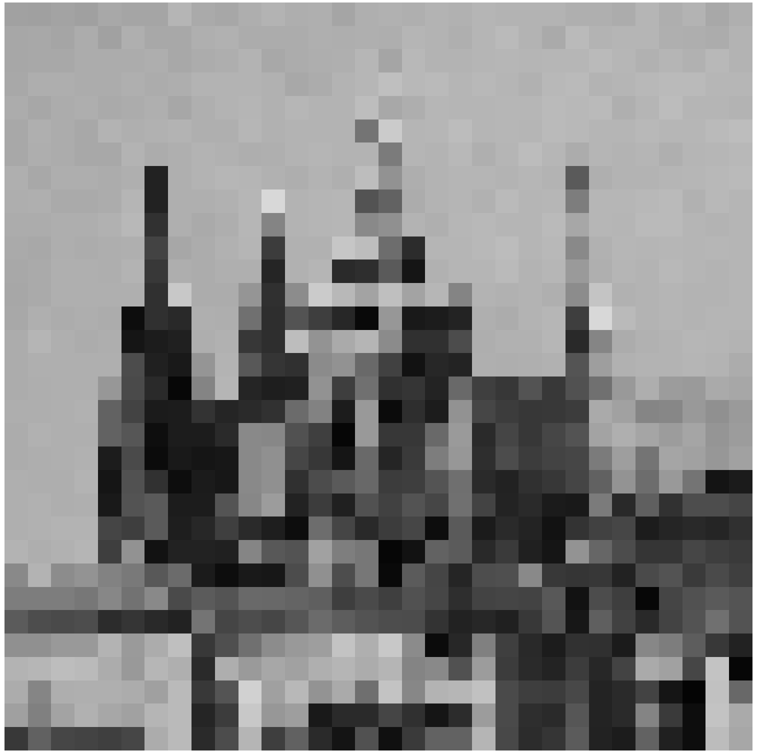
Vzorkování, příklad 2

Originál 256×256

64×64

Vzorkování, příklad 3

Originál 256×256



32×32

Kvantování, příklad 1

Originál 256 jasových úrovní

64 jasových úrovní

Kvantování, příklad 2

Originál 256 jasových úrovní

16 jasových úrovní

Kvantování, příklad 3

Originál 256 jasových úrovní

4 jasové úrovně

Kvantování, příklad 4 (binární obraz)

Originál 256 jasových úrovní

2 jasové úrovně

Vzdálenost, matematicky

Funkce D se nazývá **vzdáleností**, právě když

$D(p,q) \geq 0\,,$ speciálně $D(p,p) = 0$ (identita).

$D(p,q) = D(q,p)\,,$ (symetrie).

$D(p,r) \leq D(p,q) + D(q,r)\,,$ (trojúhelníková nerovnost).

Několik definic vzdálenosti ve čtvercové mřížce

Euklidovská vzdálenost

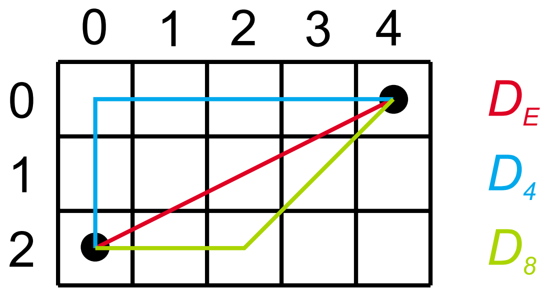
$$D_E((x,y),(h,k)) = \sqrt{(x-h)^2 + (y-k)^2}\,.$$

Vzdálenost městských bloků (též vzdálenost na Manhattanu)

$$D_4((x,y),(h,k)) = |\, x-h \,| + |\, y-k \,|\;.$$

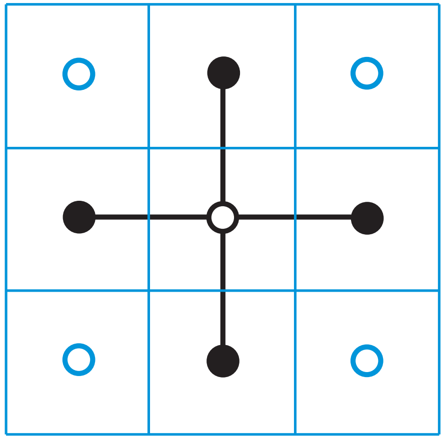
Vzdálenost na šachovnici (z pohledu šachového krále)

$$D_8((x,y),(h,k)) = max\{|\, x-h \,|, |\, y-k \,|\}\,.$$

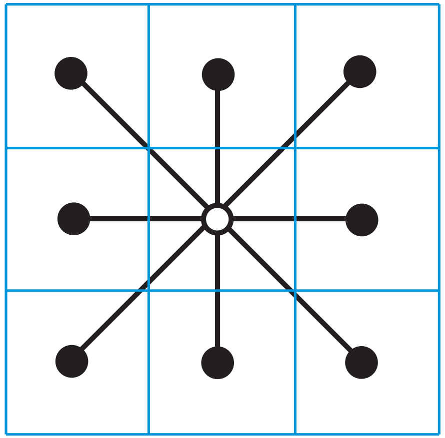


Čtyř, osmi a šesti okolí

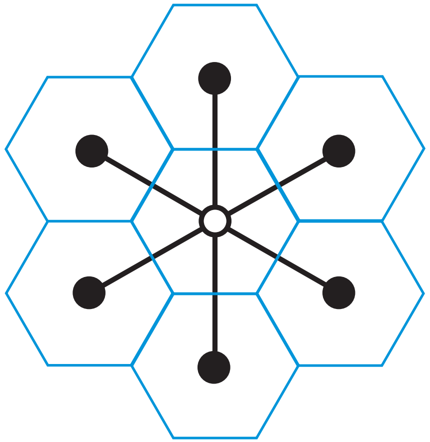
Množina složená ze samotného pixelu (uprostřed, nazývaný reprezentativní pixel nebo reprezentativní bod) a jeho sousedé ve vzdálenosti 1.



4-okolí

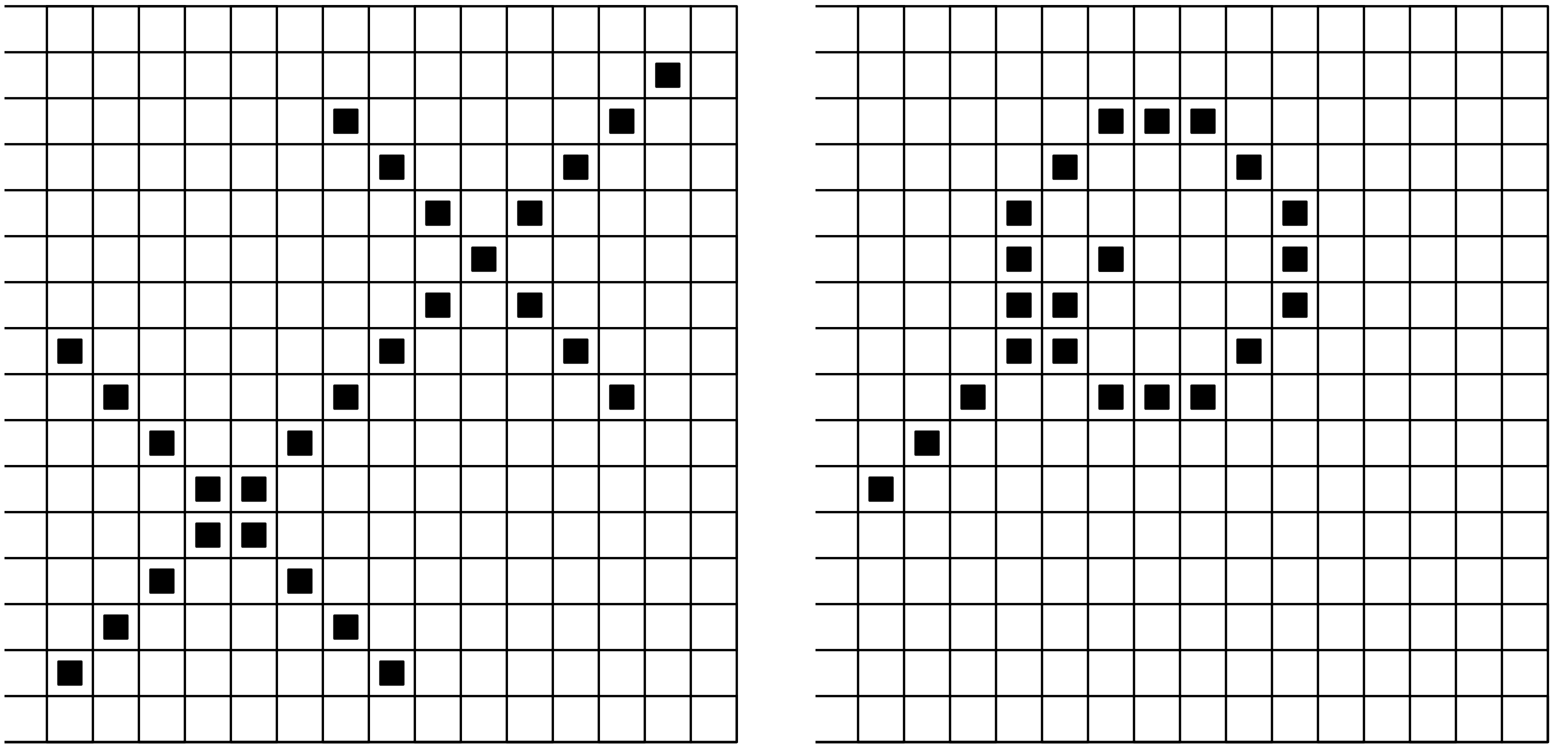


8-okolí



6-okolí

Paradox protínajících se úseček



Binární obraz & relace "být souvislým"

černá ∼ objekty
bílá ∼ pozadí

- *Poznámka pro zvědavé. Japonský kanji znak znamená "blízko odtud".*
- Zavedení pojmu "objekt" umožňuje vybrat ty pixely v mřížce, které mají nějaký význam. Vzpomeňme, na diskusi o interpretaci. V našem příkladě černé pixely patří objektu (objektům) – zde písmenu.
- Sousední pixely jsou souvislé.
- Dva pixely jsou souvislé, když mezi nimi existuje cesta složená ze souvislých pixelů.

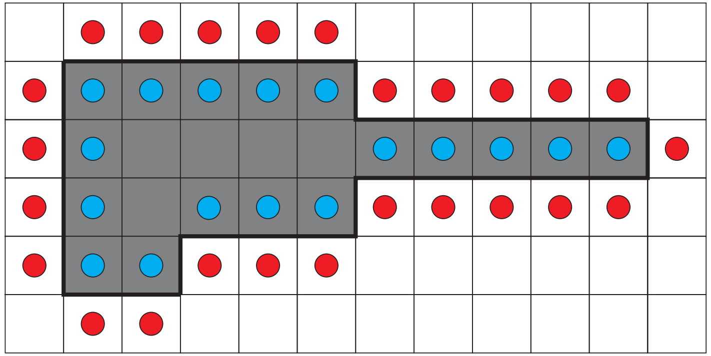
Oblast = souvislá množina

- Relace 'x je souvislé s y' je
  - reflexivní, $x \sim x$,
  - symetrická $x \sim y \implies y \sim x$ and
  - transitivní $(x \sim y)$ & $(y \sim z)$

  $\implies x \sim z$. Tudíž je ekvivalencí.
- Relace ekvivalence rozkládá množinu na podmnožiny, kterým se říká třídy ekvivalence. V našem zvláštním případě relace "být souvislým" jsou třídami ekvivalence do oblastí.
- Na obrázku jsou jednotlivé oblasti označeny různými barvami.

Hranice oblasti

- Hranice oblasti je množina pixelů oblasti majících alespoň jednoho souseda nepatřícího do oblasti.
- Spojitá obrazové funkce $\Rightarrow$ nekonečně tenká hranice.
- V digitálním obraze má hranice konečnou tloušťku. Je nutné rozlišovat vnitřní a vnější hranici.

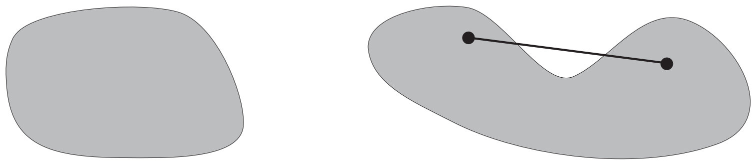


- Pozor na terminologii:

  Hranice oblasti (border) $\times$ hrana (edge), tj. gradient obrazové funkce $\times$ hranový bod (edgel), tj. místo s významnou velikostí gradientu.

Konvexní množina, konvexní obal

Konvexní množina = její každé dva body lze spojit úsečkou ležící uvnitř množiny.



konvexní nekonvexní

Konvexní obal, jezero, záliv.

Vzdálenostní transformace, DT

- DT se někdy nazývá vzdálenostní funkcí (analogie s řezbářstvím, odřezává se vrstva po vrstvě).
- Uvažujme binární vstupní obrázek, v němž jedničky odpovídají popředí (objektům) a nuly pozadí.
- DT má na výstupu šedotónový obraz, jehož hodnoty jsou vzdáleností ve vstupním obraze od popředí k nejbližšímu nenulovému pixelu (jednomu z objektů). Pixelům popředí odpovídá vzálenost nula.

výchozí obraz

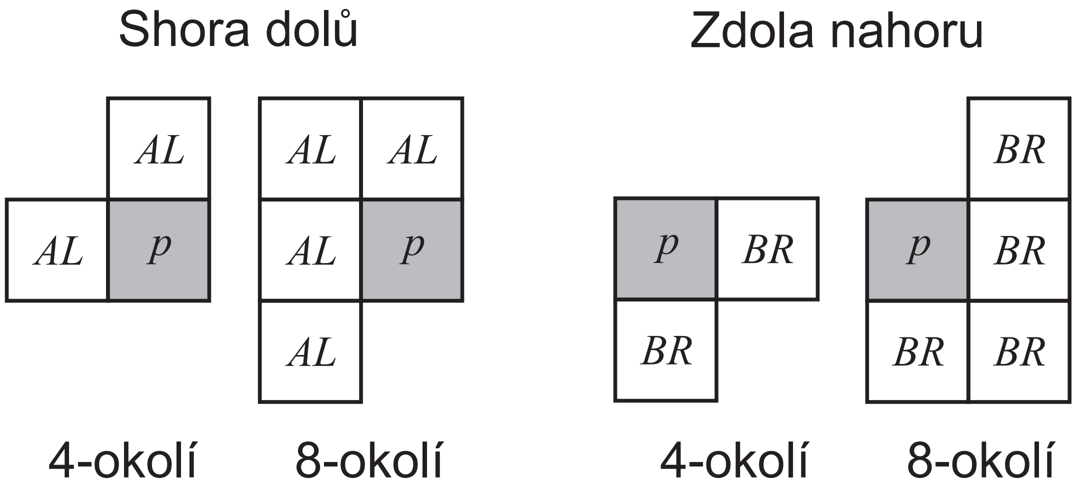
0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0

výsledek DT

5	4	4	3	2	1	0	1
4	3	3	2	1	0	1	2
3	2	2	2	1	0	1	2
2	1	1	2	1	0	1	2
1	0	0	1	2	1	0	1
1	0	1	2	3	2	1	0
1	0	1	2	3	3	2	1
1	0	1	2	3	4	3	2

Algoritmus vzdálenostní transformace neformálně

- Slavný dvojprůchodový algoritmus výpočtu DT navrhli Rosenfeld, Pfaltz (1966), původně pro vzdálenosti D_4, D_8.
- První průchod je shora dolů, zleva doprava. Druhý průchod je zdola nahoru, zprava doleva.
- Obraz je procházen systematicky malou maskou. p je okamžitý pixel.



- Efektivita algoritmu DT je umožněna šířením hodnot viděných maskou z již dříve prozkoumaných pozic. Šíření informace připomíná šíření vlny.

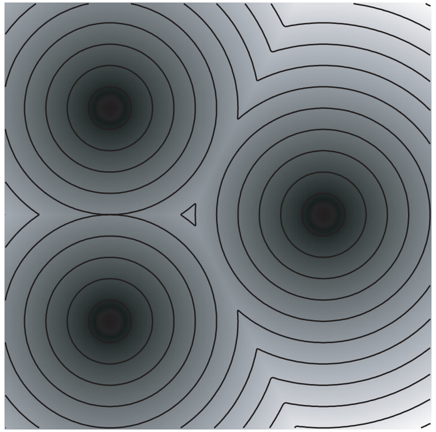
Algoritmus vzdálenostní transformace DT

Cíl: výpočet DT pro podmnožinu S obrazu rozměru $M \times N$ vzhledem k vzdálenosti D, která ovlivňuje prvky masky.

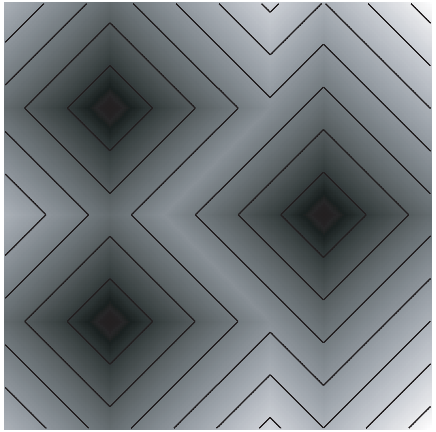
1. Inicializace: Vytvoř pole F rozměru $M \times N$. Pro prvky p obrazu odpovídající S nastav $F(p) = 0$ a pro ostatní nastav $F(p) = \infty$.
2. První průchod: Projdi obraz F po řádcích shora dolů, zleva doprava. Pro prvky vlevo nad vzhledem k okamžitému prvky p (dané prvky AL v obrázku masky na předchozím slajdu) nastav $F(p) = \min_{q \epsilon AL} \big(F(p), D(p,q) + F(q)\big)$.
3. Druhý průchod: Projdi F po řádcích zdola nahoru, zprava doleva. Pro prvky vpravo dole vzhledem k p (dané prvky BR v obrázku masky na předchozí průsvitce) nastav $F(p) = \min_{q \epsilon BR} \big(F(p), D(p,q) + F(q)\big)$.

Nyní pole F obsahuje výsledek DT pro zadaný obraz a podmnožinu S.

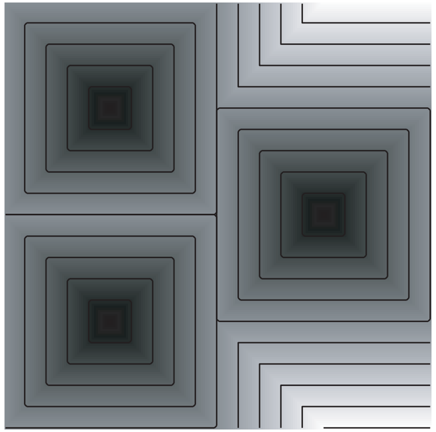
Ilustrace DT pro tři definice vzdáleností



Euklidovská



D_4

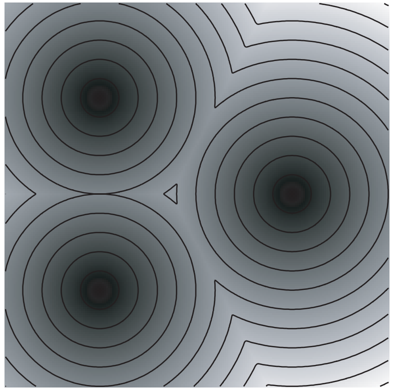


D_8

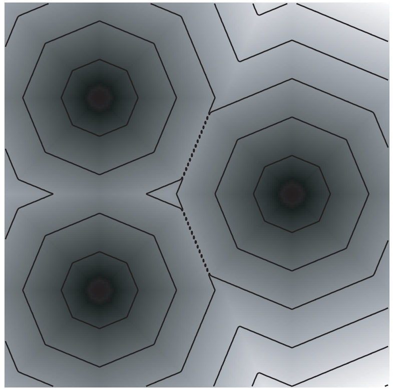
Kvazieukleidovská vzdálenost

Eukleidovskou DT nelze snadno spočítat jen na dva průchody. Často se používá kvazieuklidovdká aproximace vzdálenosti, která se na dva průchody spočítat dá.

$$D_{\mathrm{QE}}((i,j),(h,k)) = \begin{cases} |i-h| + (\sqrt{2}-1)\,|j-k| & \text{for } |i-h| > |j-k|\,, \\ (\sqrt{2}-1)\,|i-h| + |j-k| & \text{otherwise.} \end{cases}$$

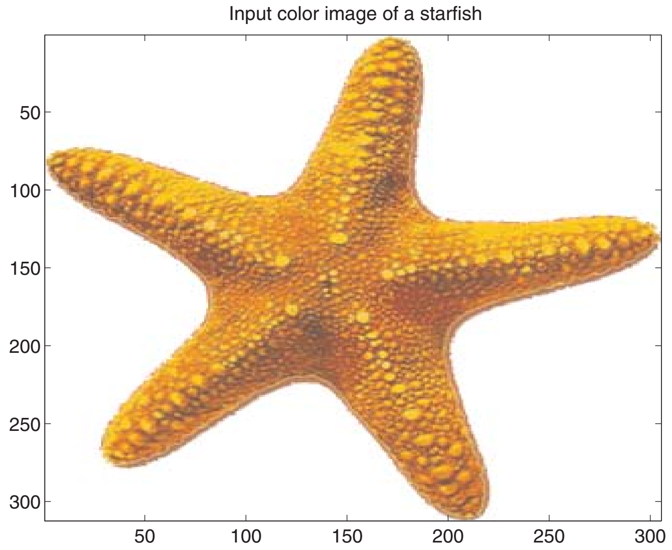


Euklidovská

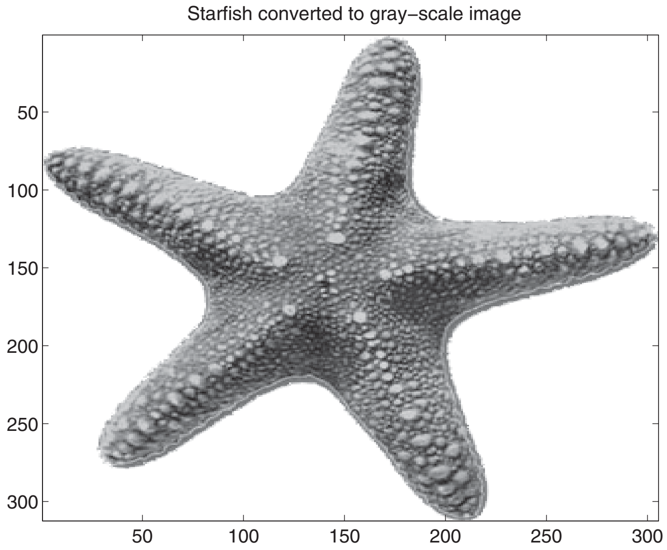


kvazieuklidovská

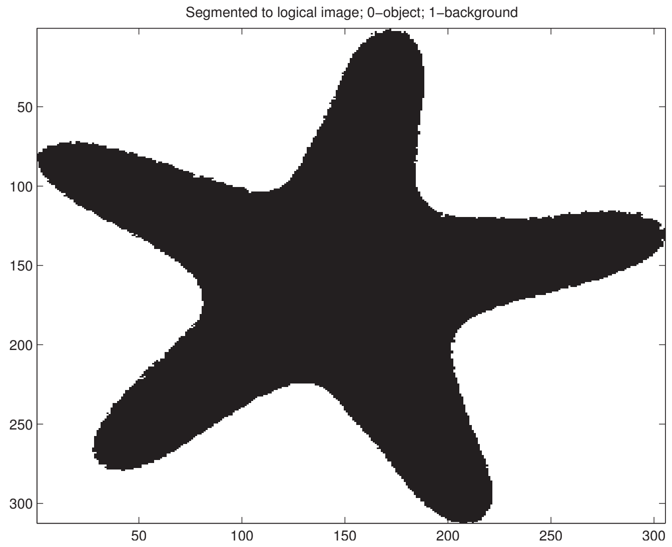
DT příklad hvězdice, vstupní obrázek



barevný

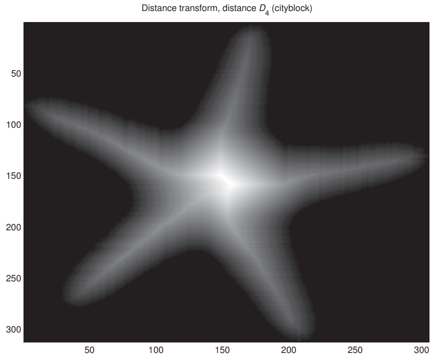


šedotónový

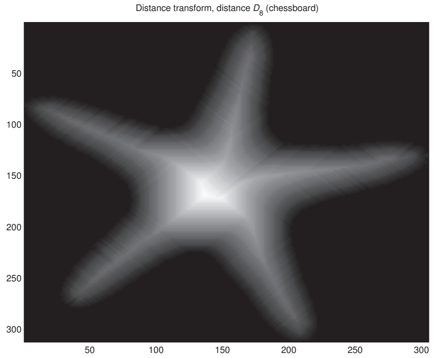


binární

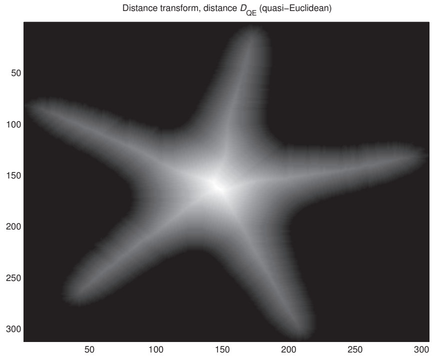
DT příklad hvězdice, výsledky



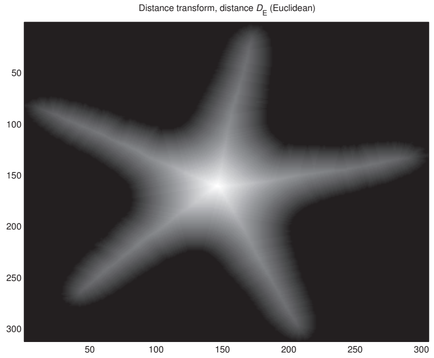
D4



D8



kvazieuklidovská



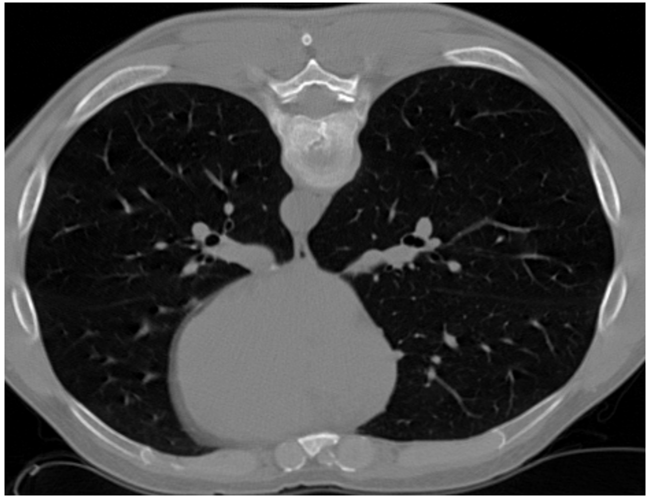
euklidovská

Vlastnosti obrazu používané při jeho hodnocení/vylepšování

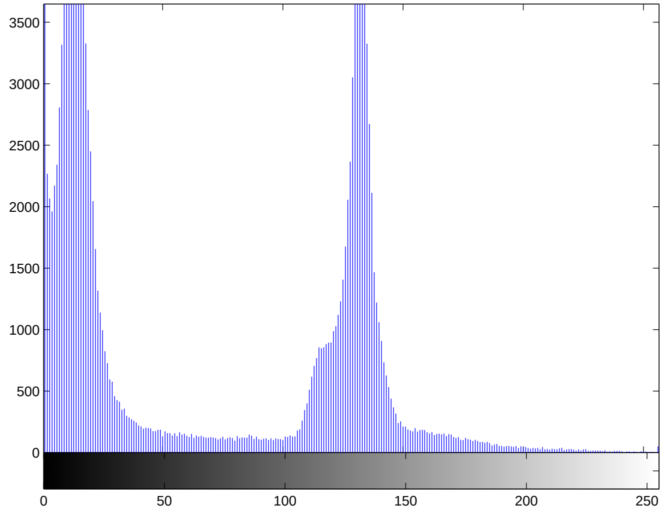
- Pro zpracování nebo vylepšování obrazu, ať člověkem nebo strojem, je potřebné obraz posoudit na základě jeho vlastností.
- Když se na obraz dívá člověk, je jeho vnímání obrazu závisí na složitém zpracování/interpretací obrazu v mozku navíc ovlivněném iluzemi.
- Těmto složitostem se často pragmaticky vyhýbáme. Vhodnost obrazu pro pozorování člověkem si obvykle podstatně zjednodušujeme na
  - jednu objektivní vlastnost – histogram obrazu a
  - čtyři subjektivní/objektivní vlastnosti obrazu: jas, kontrast, barevnou sytost a ostrost.

Histogram hodnot jasu obrazu

- Uvažujme nejdříve šedotónový obraz. V příkladu níže použijeme snímek řezu lidskou hrudí z počítačového tomografu. Histogram obrazu lze zobecnit na barevné obrazy. Histogramy se vyjádří nezávisle ve třech barevných složkách, např. RGB.
- Histogram hodnot jasu je odhadem hustoty pravděpodobnosti jevu, že pixel bude mít určitou jasovou hodnotu.



výchozí obraz



histogram hodnot jasu

Vlastnosti obrazu z hlediska vnímání člověkem

- Když člověk pozoruje obrázek, jeho vnímání je ovlivněno složitým zpracováním/interpretací vjemů v mozku a souvisejícími iluzemi.
- My se této složitosti pragmaticky vyhneme. Vhodnost obrazu pro pozorování člověkem se často zjednodušuje na čtyři vlastnosti obrazu, kterými jsou:
  - jas,
  - kontrast,
  - barevná sytost (přirozeně jen pro barevné obrazy),
  - ostrost.

Jas, kontrast, barevná sytost a ostrost v obraze

- Jas obrazu charakterizuje celkovou jasnost nebo tmavost obrazu.
- Kontrast obrazu charakterizuje rozdíl (odlišení) mezi jasem/barvou objektů nebo oblastí v obraze. Například sněžná liška na sněhu má nízký kontrast a tmavý pes na sněhu má vysoký kontrast.
- Barevná sytost obrazu je podobná vlastnost jako kontrast s tím, že místo zvětšování odlišnosti objektů/oblastí v šedotónové reprezentaci obrazu, se uvažuje odlišení objektů/oblastí v barevném vyjádření.
- Ostrost obrazu je definovaná jako kontrast hran, tj. ve směru gradientu jasu obrazu. Když zvýšíme ostrost, zvýšíme kontrast jen blízko hran, a to úměrně velikosti gradientu. V málo se měnících částech obrazu hodnotu obrazové funkce měníme méně.

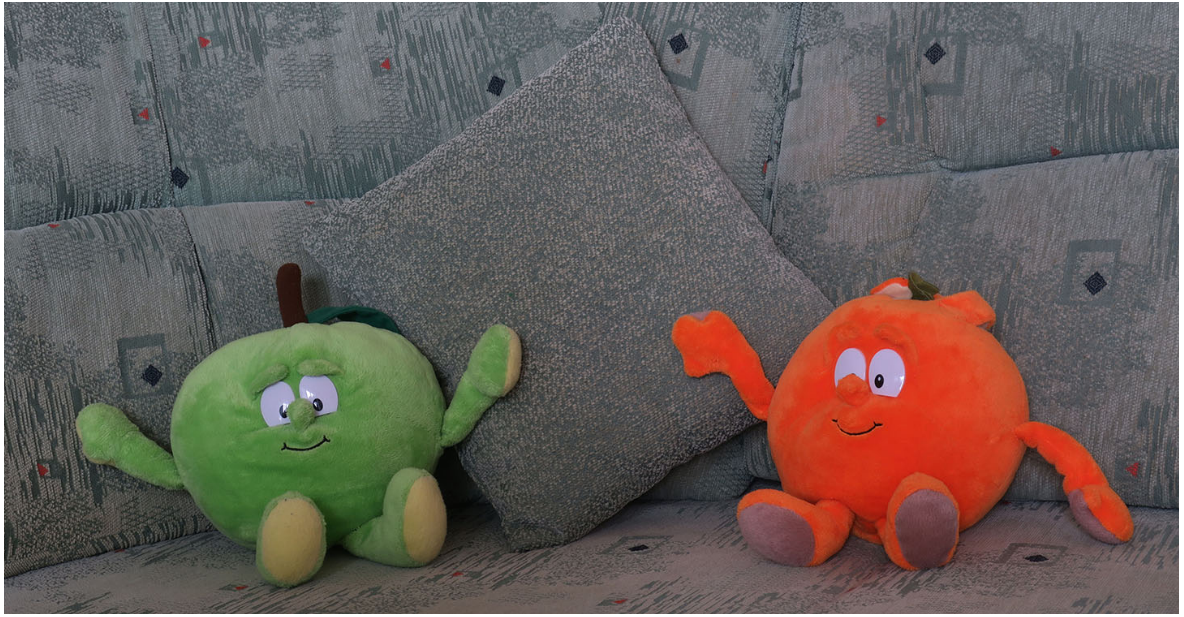
  Pro představu použijeme analogii (obraz) $\leftrightarrow$ (krajina) neboli (hodnota jasu) $\leftrightarrow$ (výška v krajině v příslušném místě). Potom ostření zvětší sklon svahů, a to u více strmých svahů a méně u pozvolných svahů.

Směrem k vylepšování jednoho obrazu

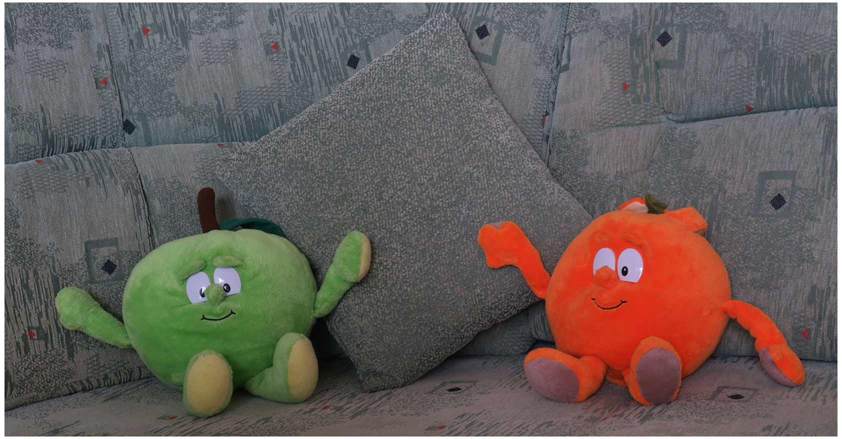
- Nyní uvažujme častý praktický úkol. Máme jeden digitální vyfotografovaný obraz, s jehož vzhledem nejsme spokojeni a což se projevuje v jasu, kontrastu, barevné sytosti nebo ostrosti obrazu.
- Příčinou může být, že osvětlení scény nebylo vhodné, nedostačoval dynamický rozsah snímače, objekty se nedostatečně odlišovaly od pozadí, atd.
- Člověk často dodatečně upravuje právě jas, kontrast, barevnou sytost nebo ostrost obrazu již vyfotografovaný digitální snímek v počítači, např. ve PhotoShopu.
- Ukažme si potřebu hodnocení/vylepšování obrazu na praktických ilustračních příkladech.

Představme snímek použitý v experimentech

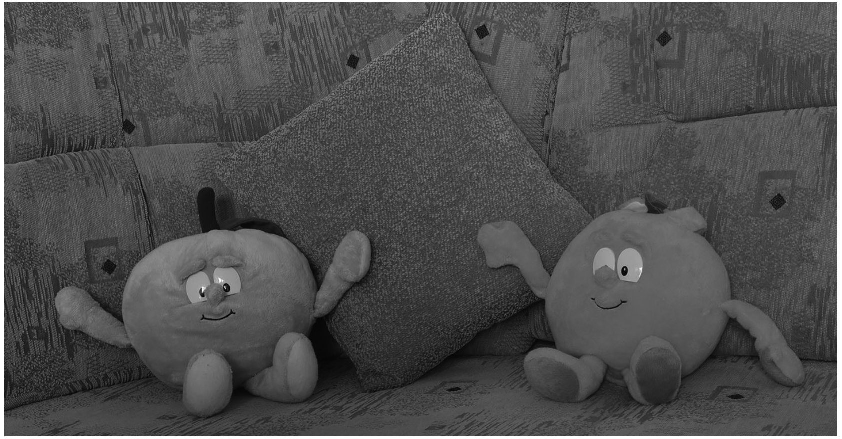
Výchozí barevný snímek tří objektů na pozadí zelené pohovky jsem vyfotografoval záměrně tak, aby ukazoval barevně málo odlišený objekt (čtvercový polštář) od pozadí a obsahoval dva barevně odlišné objekty, plyšové figurky, jednu figurku jinak zelenou a druhou oranžovou.



Začneme šedotónovými obrázky, konverze

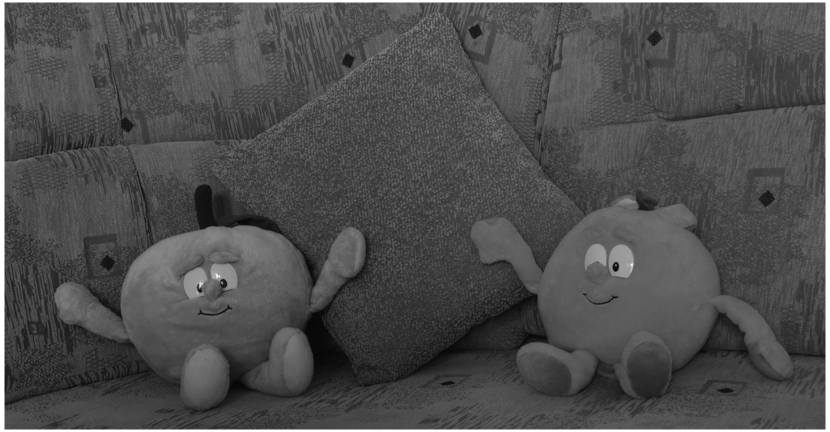


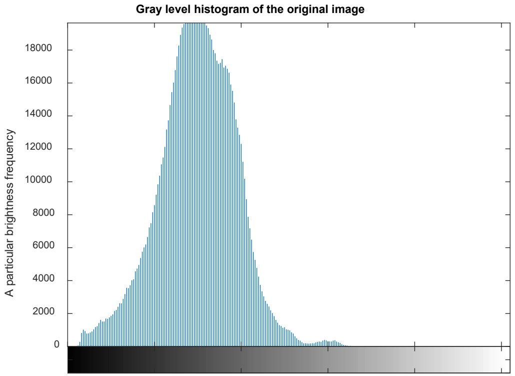
Vstupní barevný obrázek

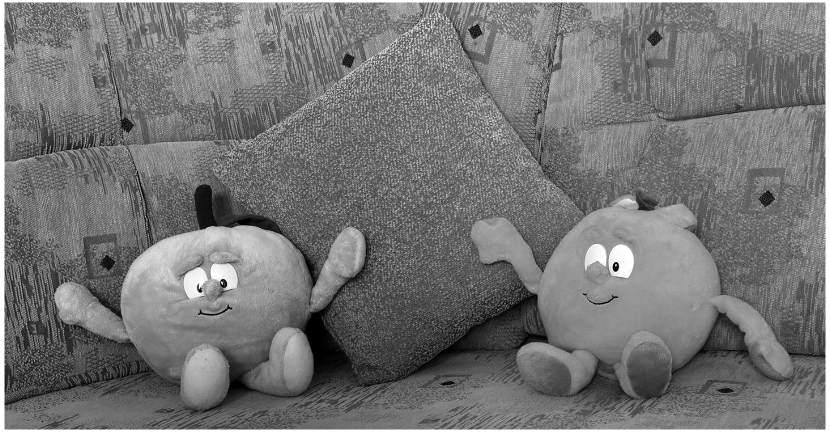


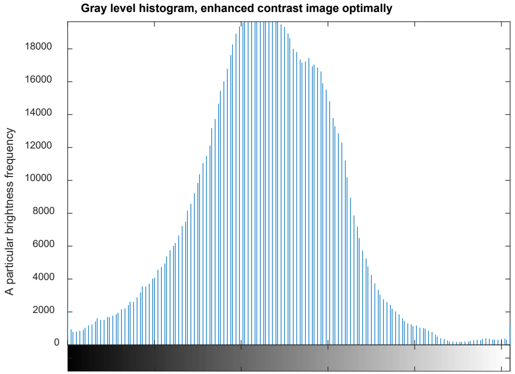
Po převodu na šedotónový obraz

Ilustrace optimálně zvýšeného kontrastu

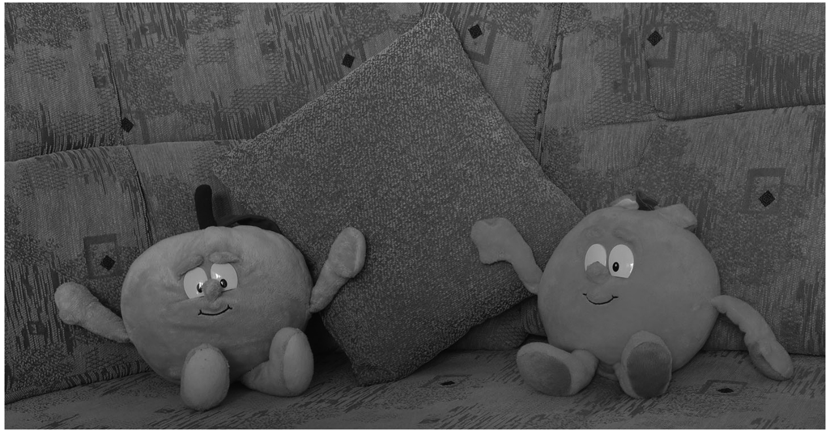


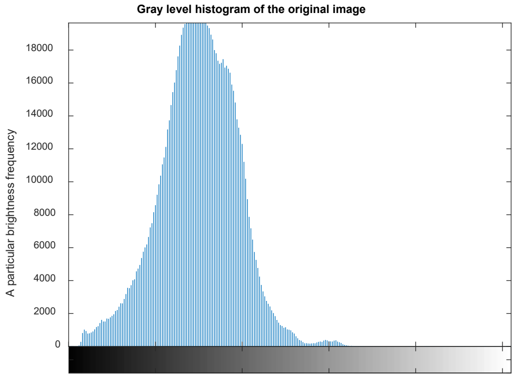


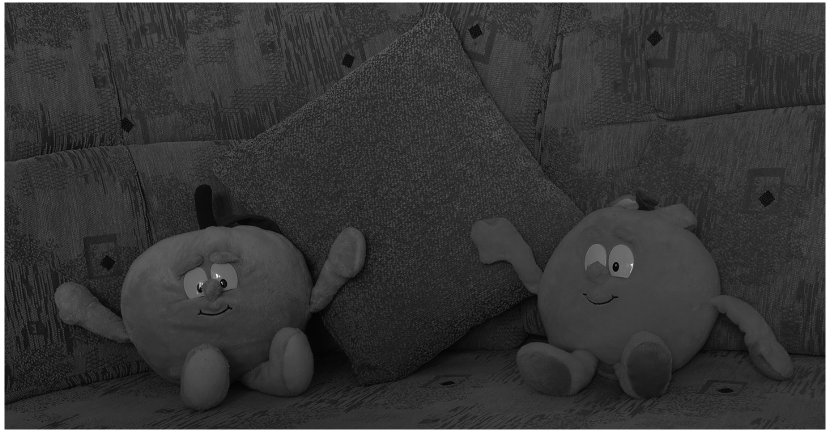


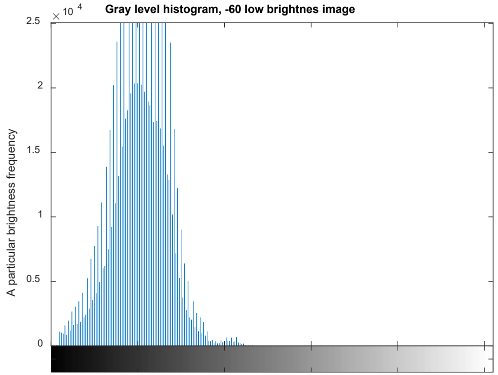


Ilustrace sníženého jasu

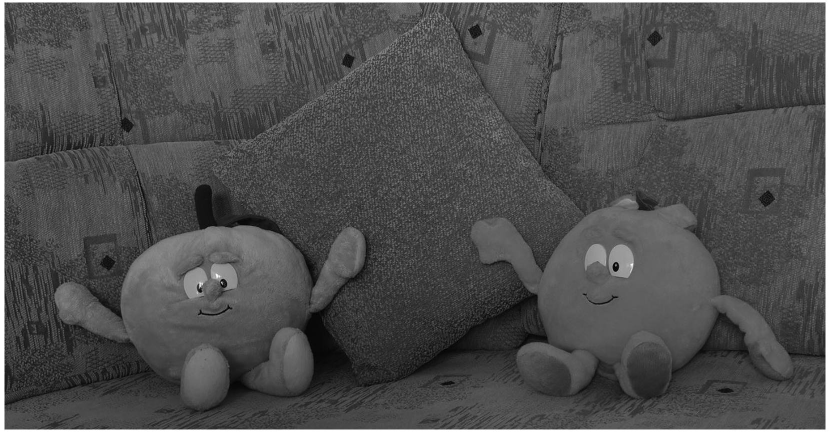


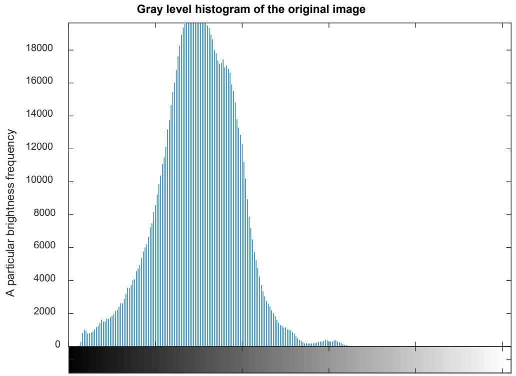


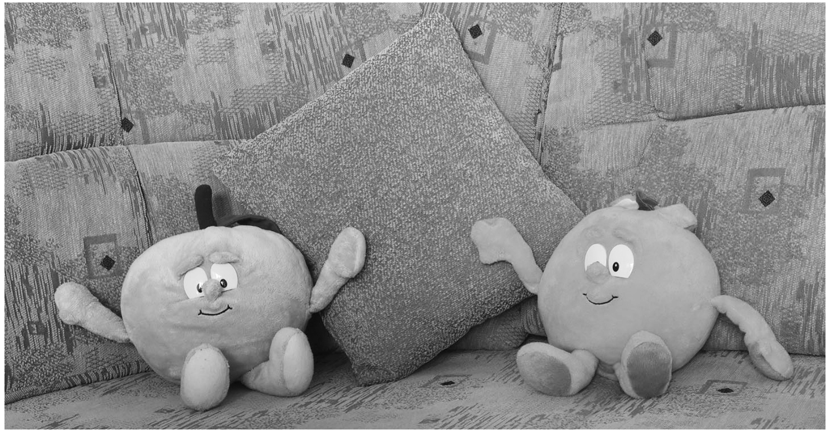


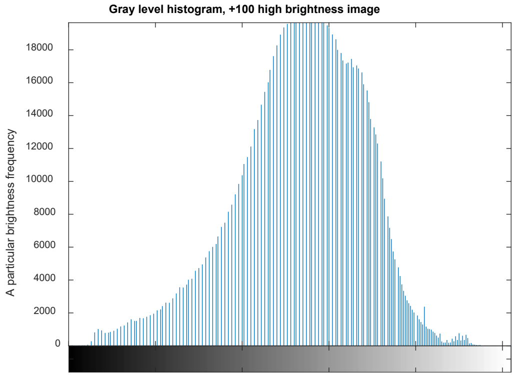


Ilustrace zvýšeného jasu

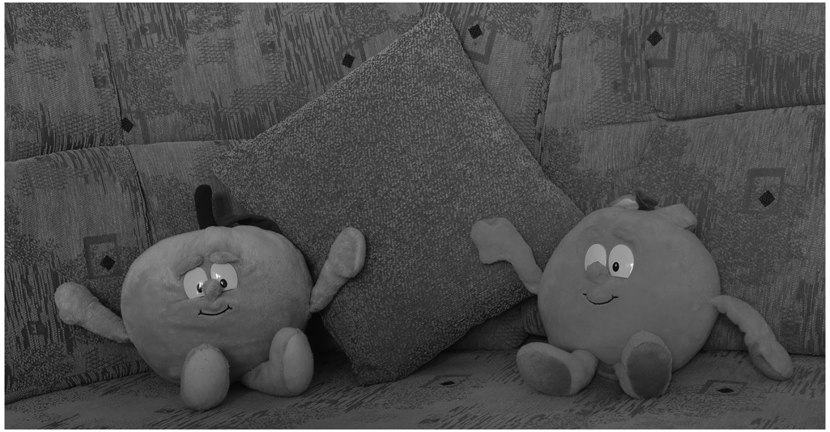


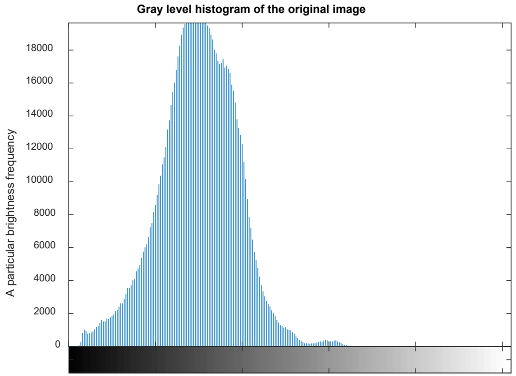


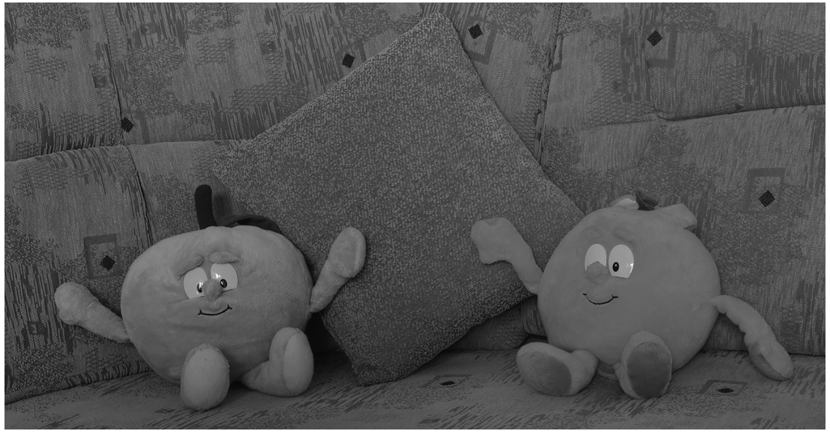


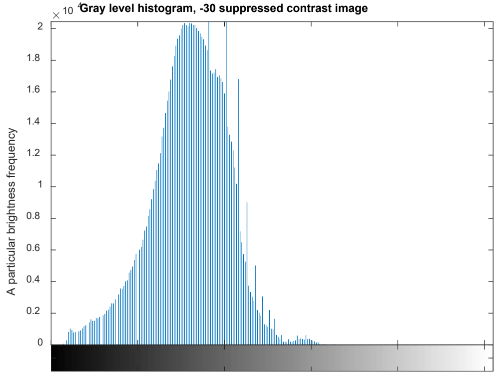


Ilustrace sníženého kontrastu

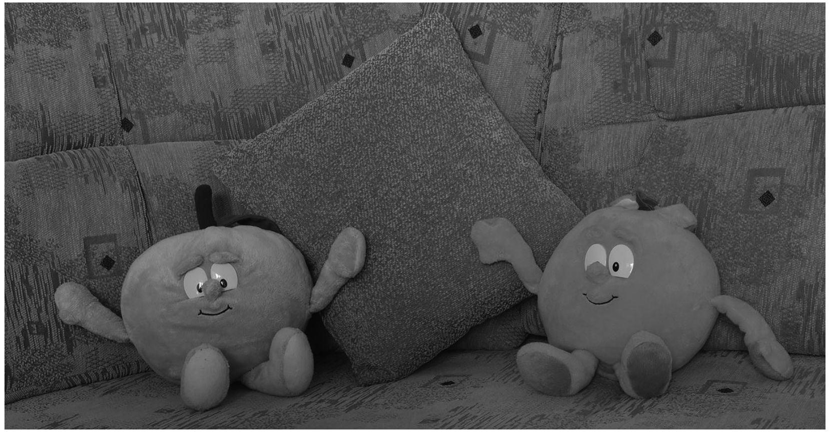


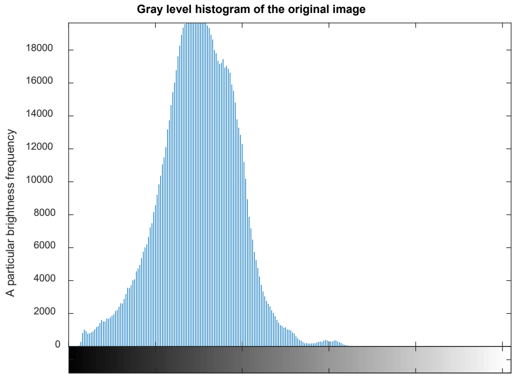


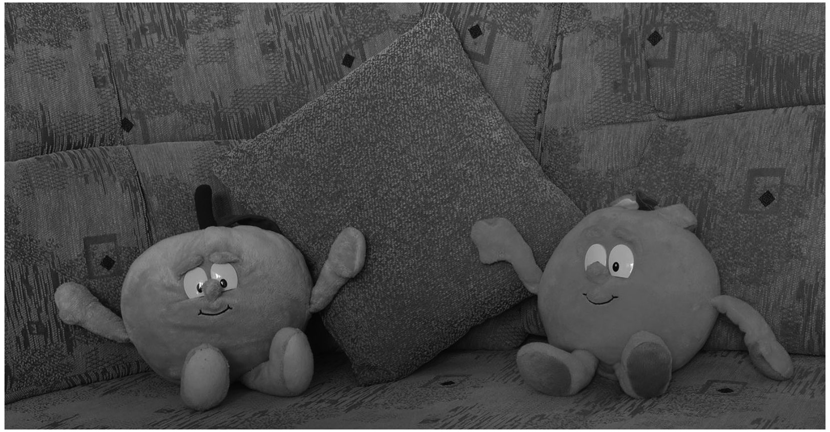


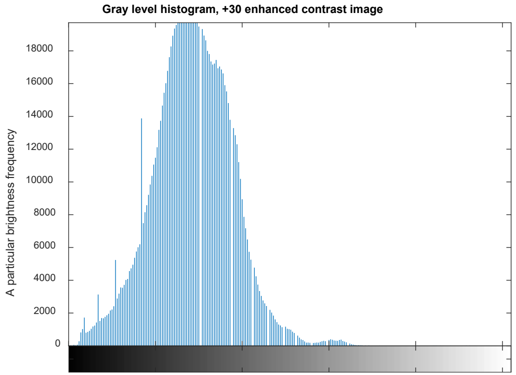


Ilustrace zvýšeného kontrastu

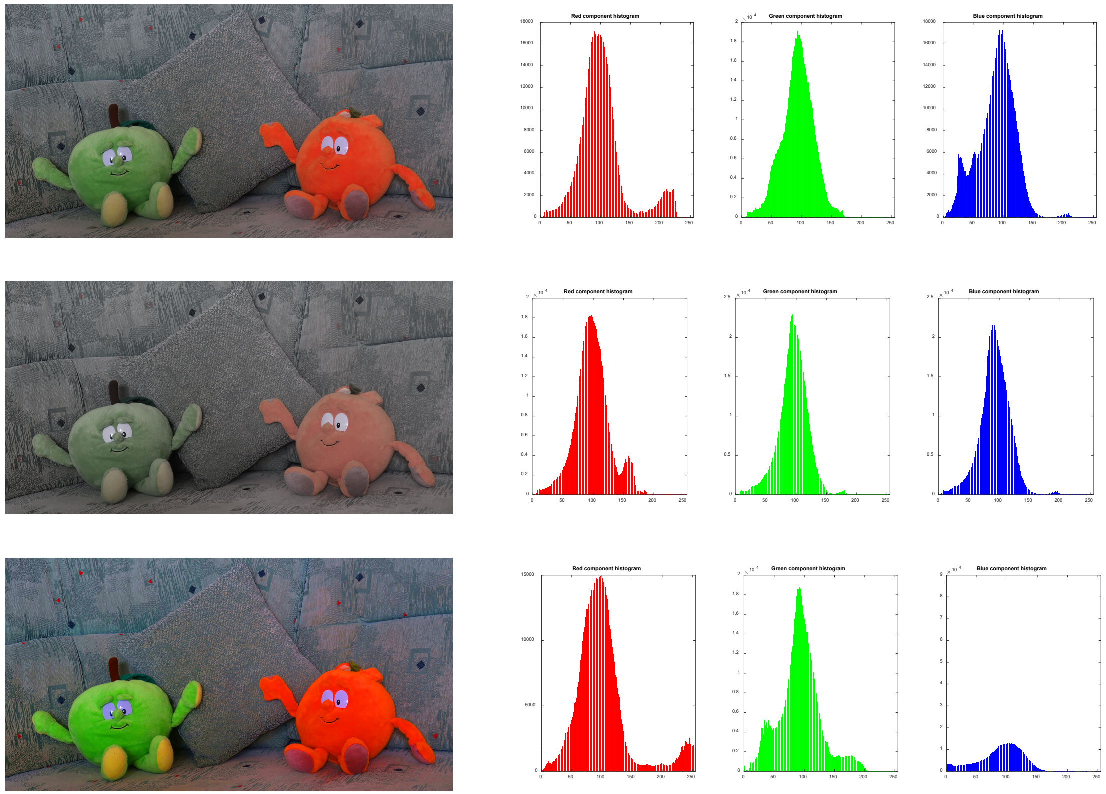






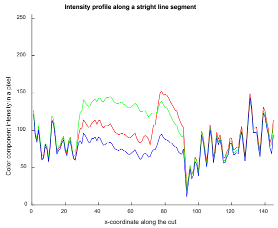


Ilustrace barevné sytosti

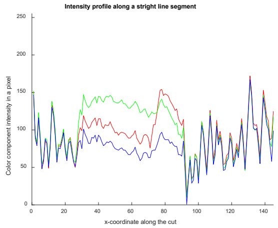


Ilustrace ostrosti obrazu

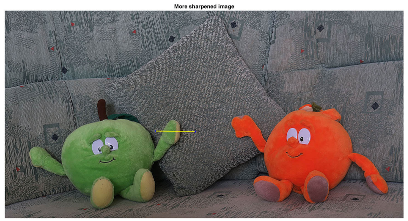
Výchozí obrázek

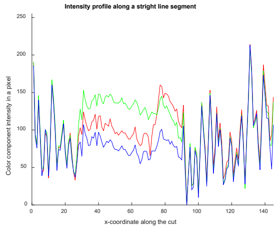


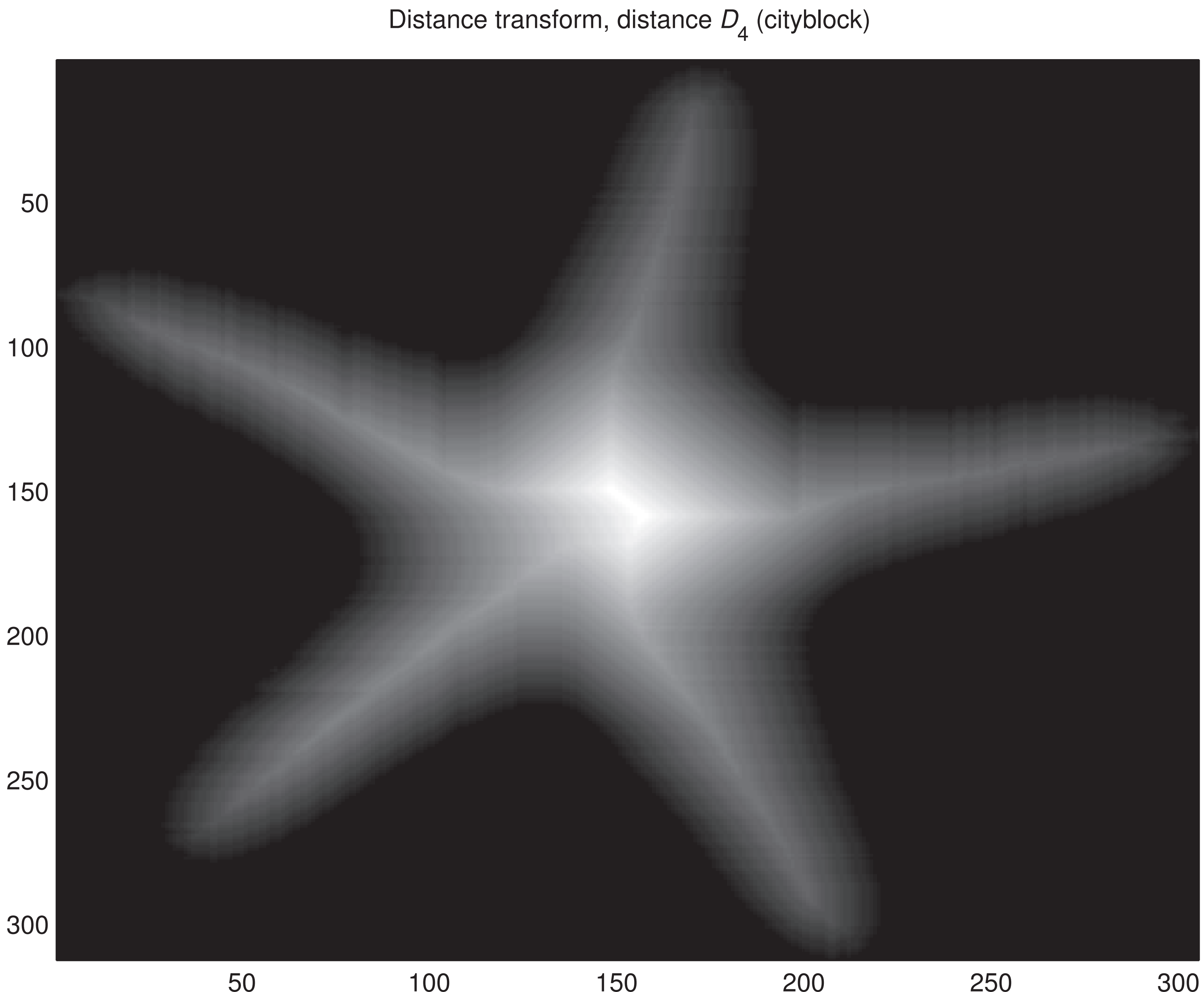
Mírné ostření

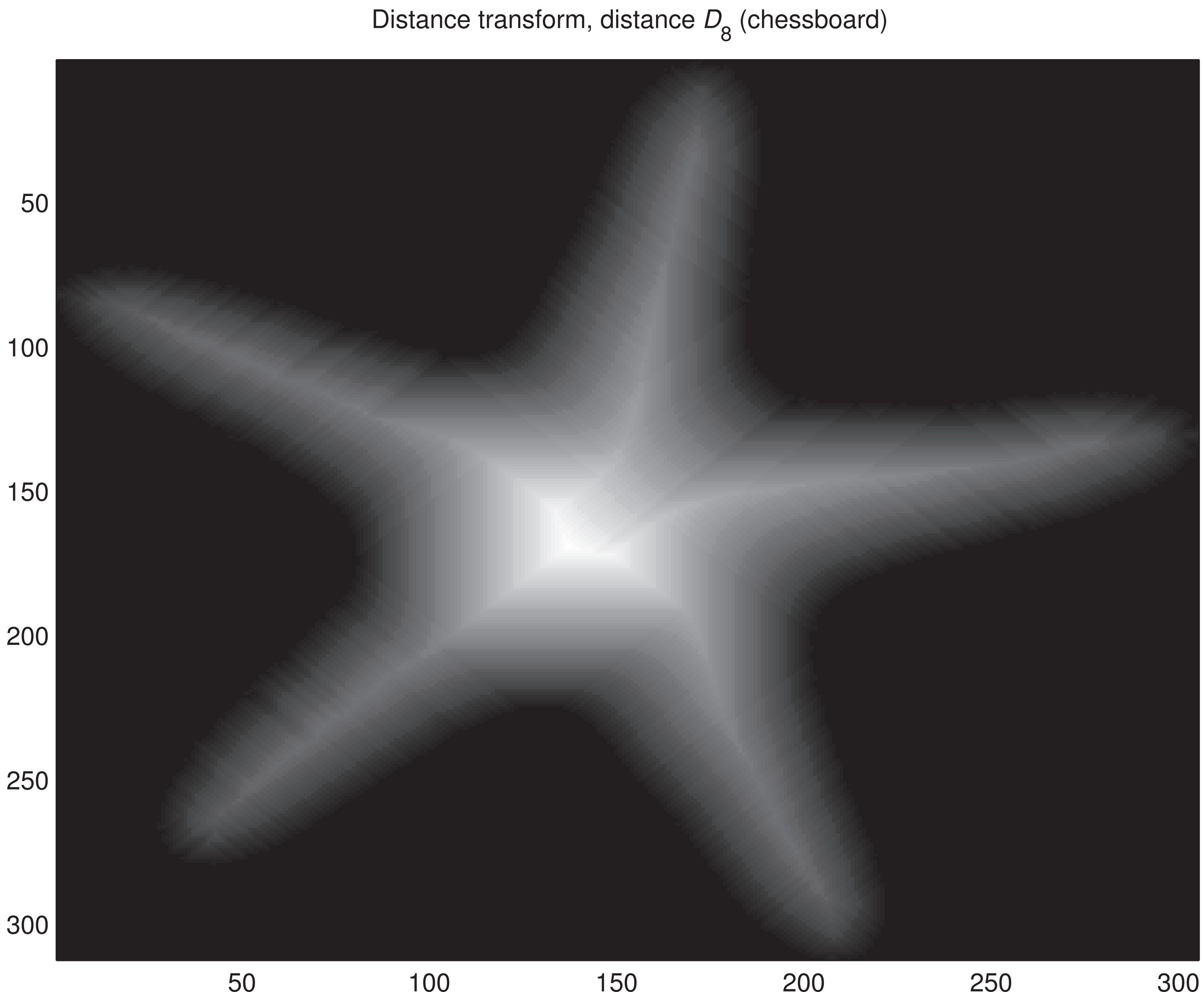


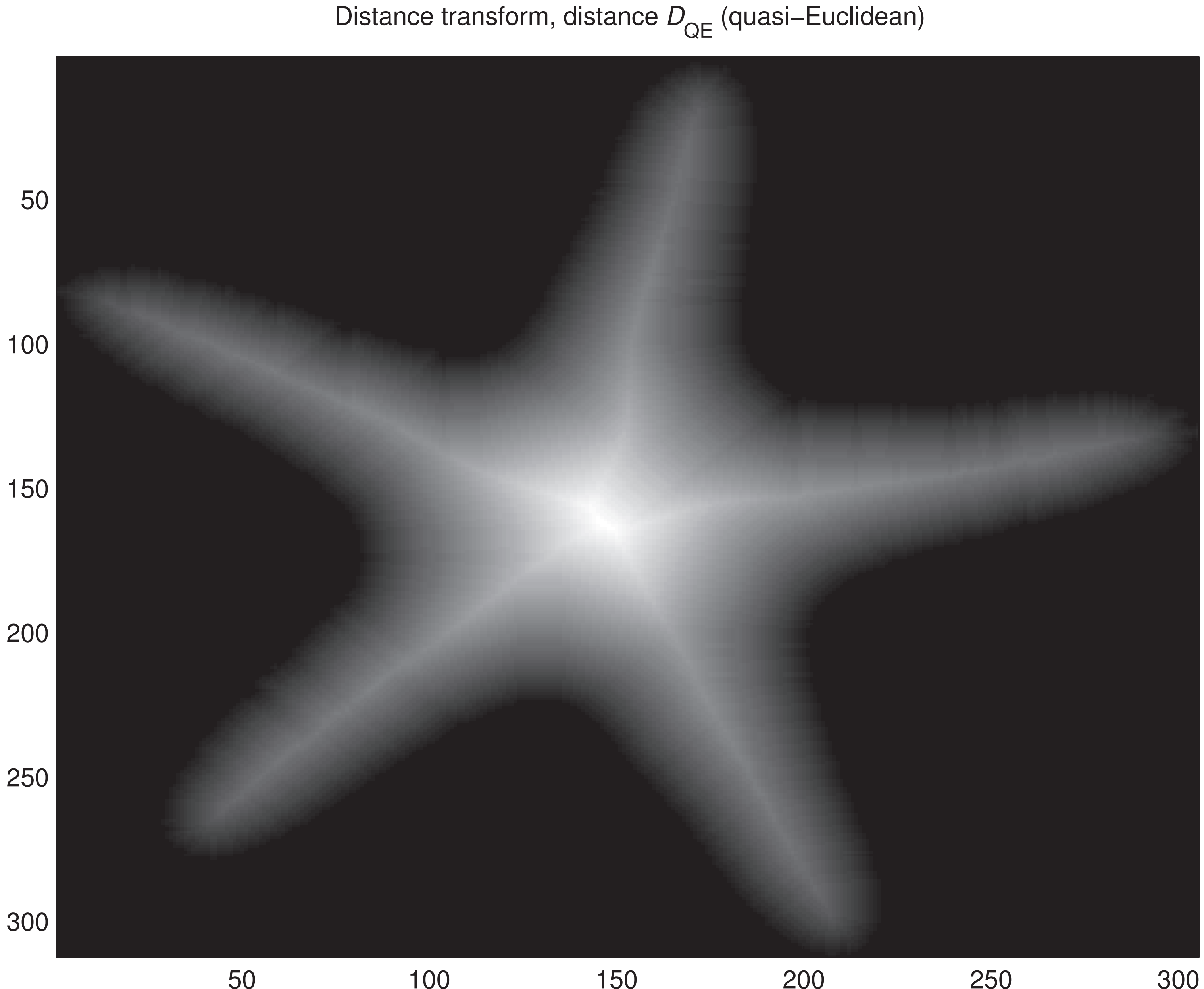
Silnější ostření



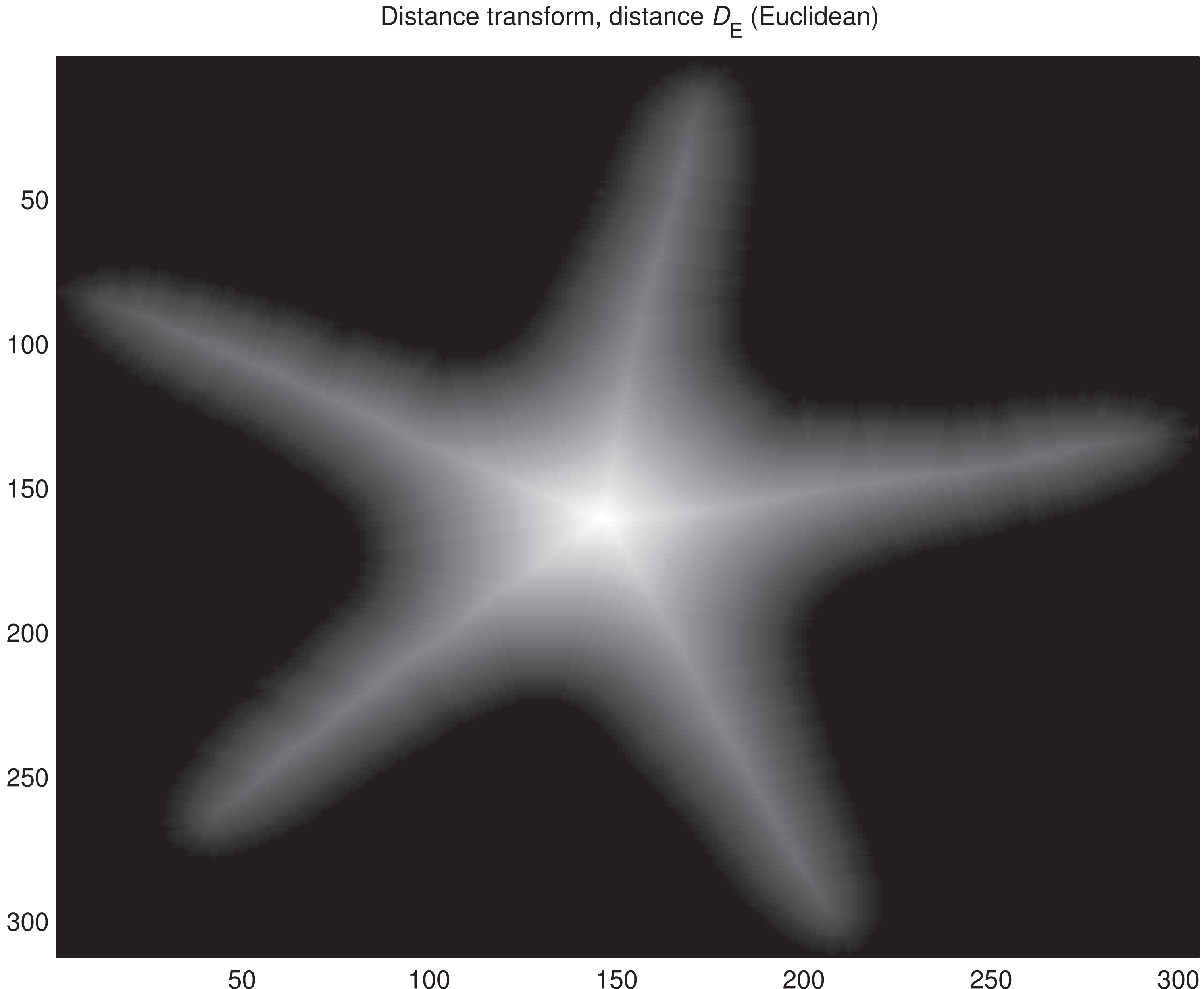



Distance transform, distance D_4 (cityblock)
50
100
150
200
250
300
50
100
150
200
250
300


Distance transform, distance D_8 (chessboard)
50
100
150
200
250
300
50
100
150
200
250
300

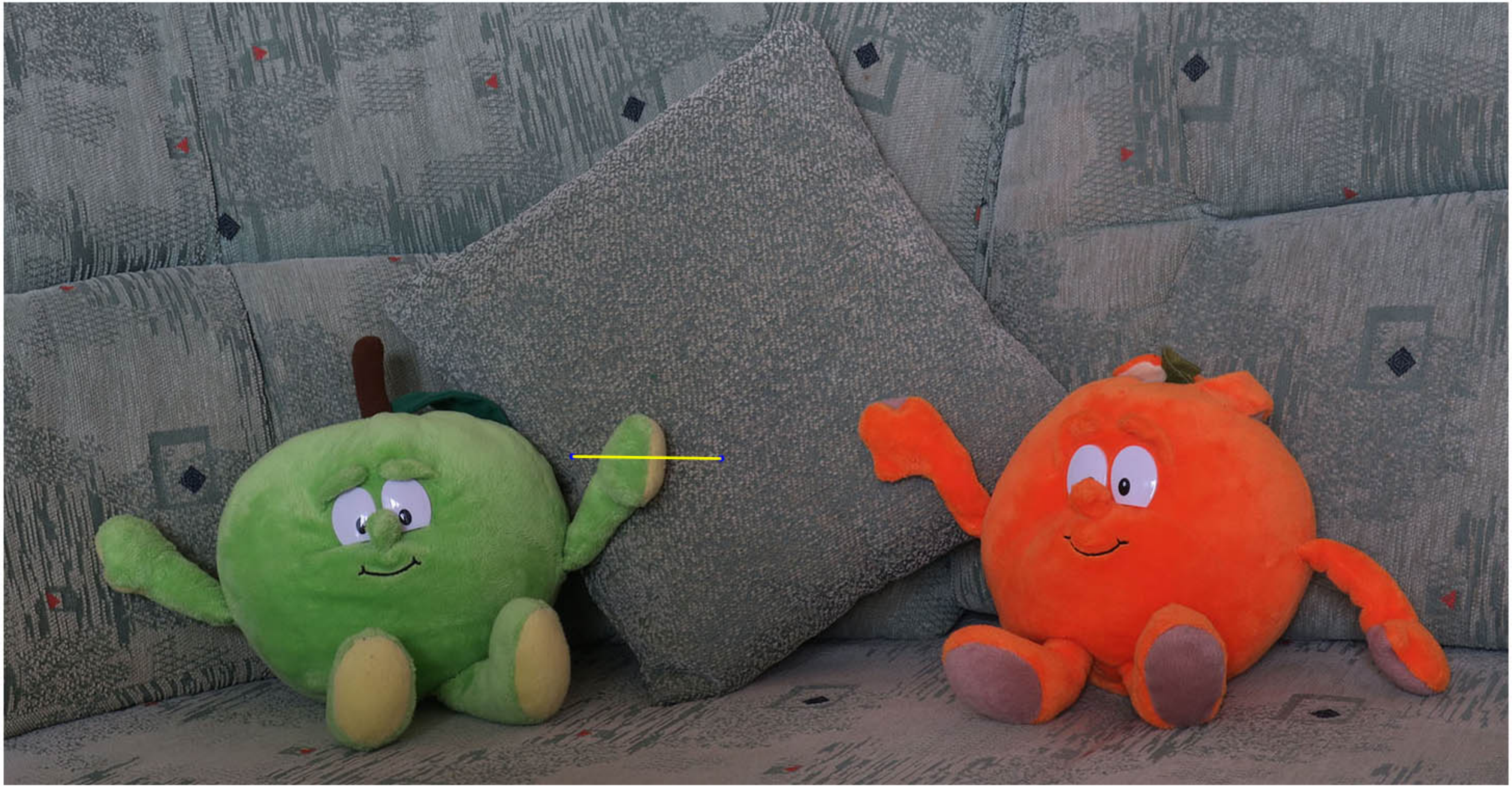


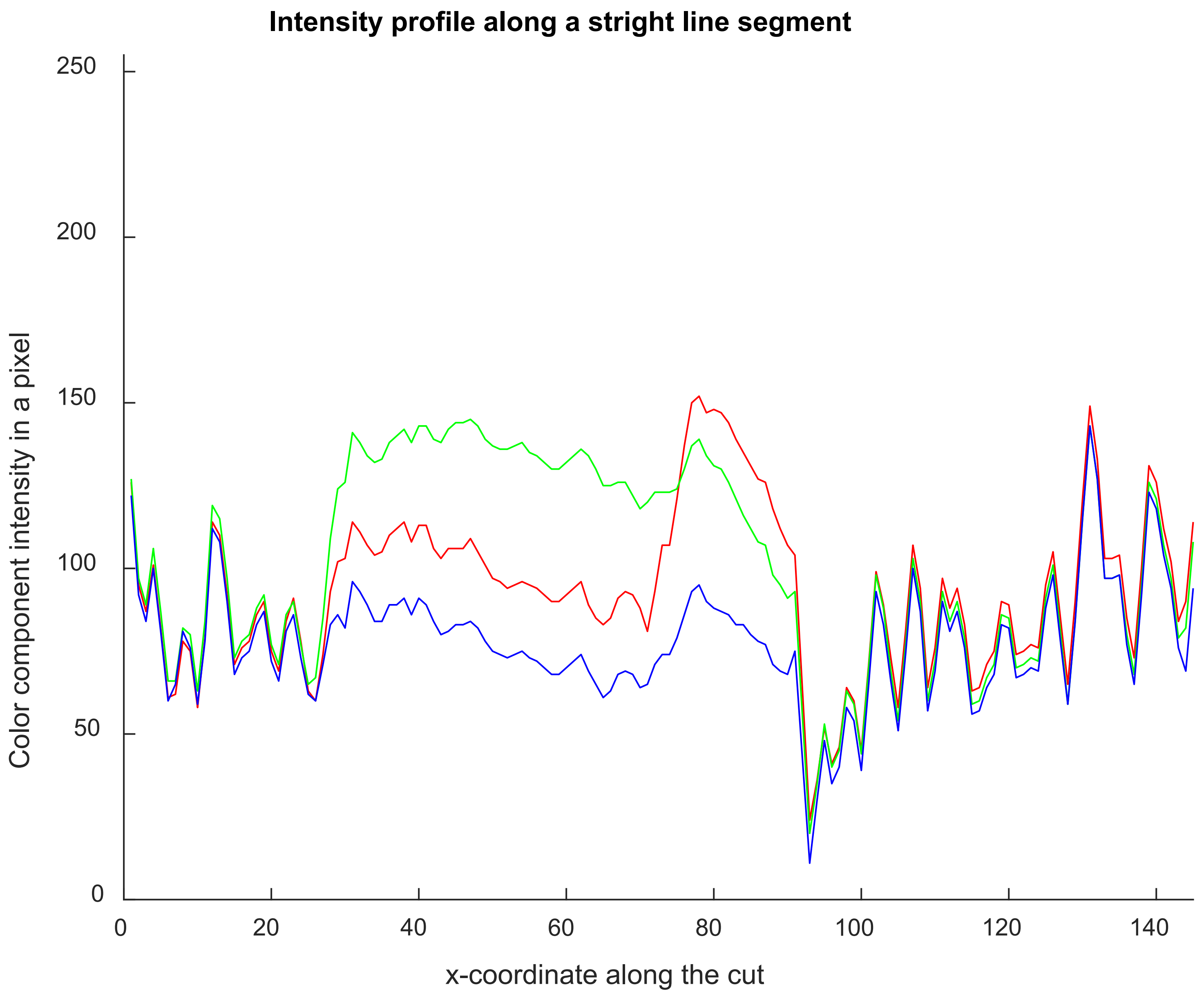
Distance transform, distance D_{QE} (quasi−Euclidean)
50
100
150
200
250
300
50
100
150
200
250
300



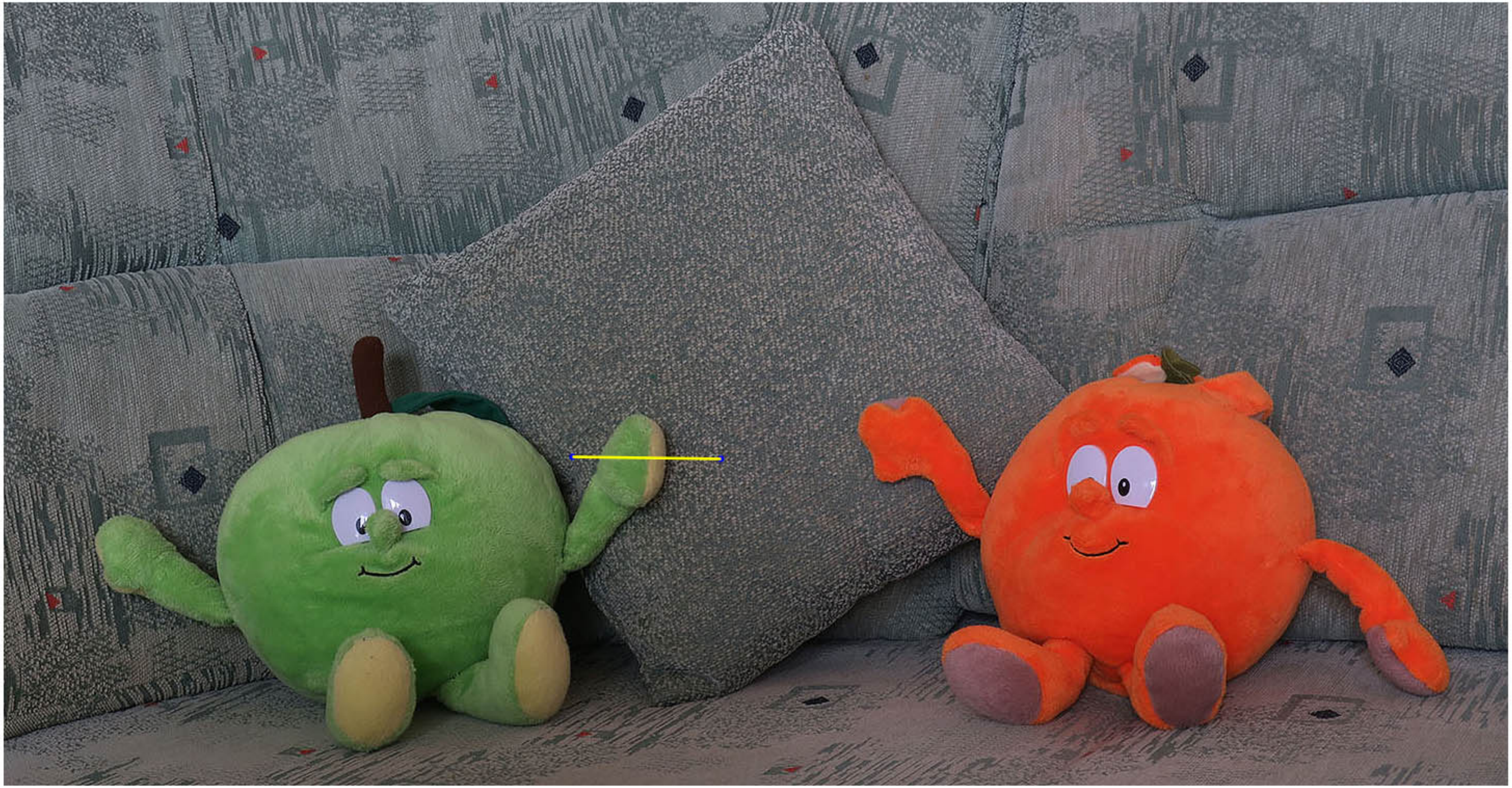
Distance transform, distance D_E (Euclidean)
50
100
150
200
250
300
50
100
150
200
250
300

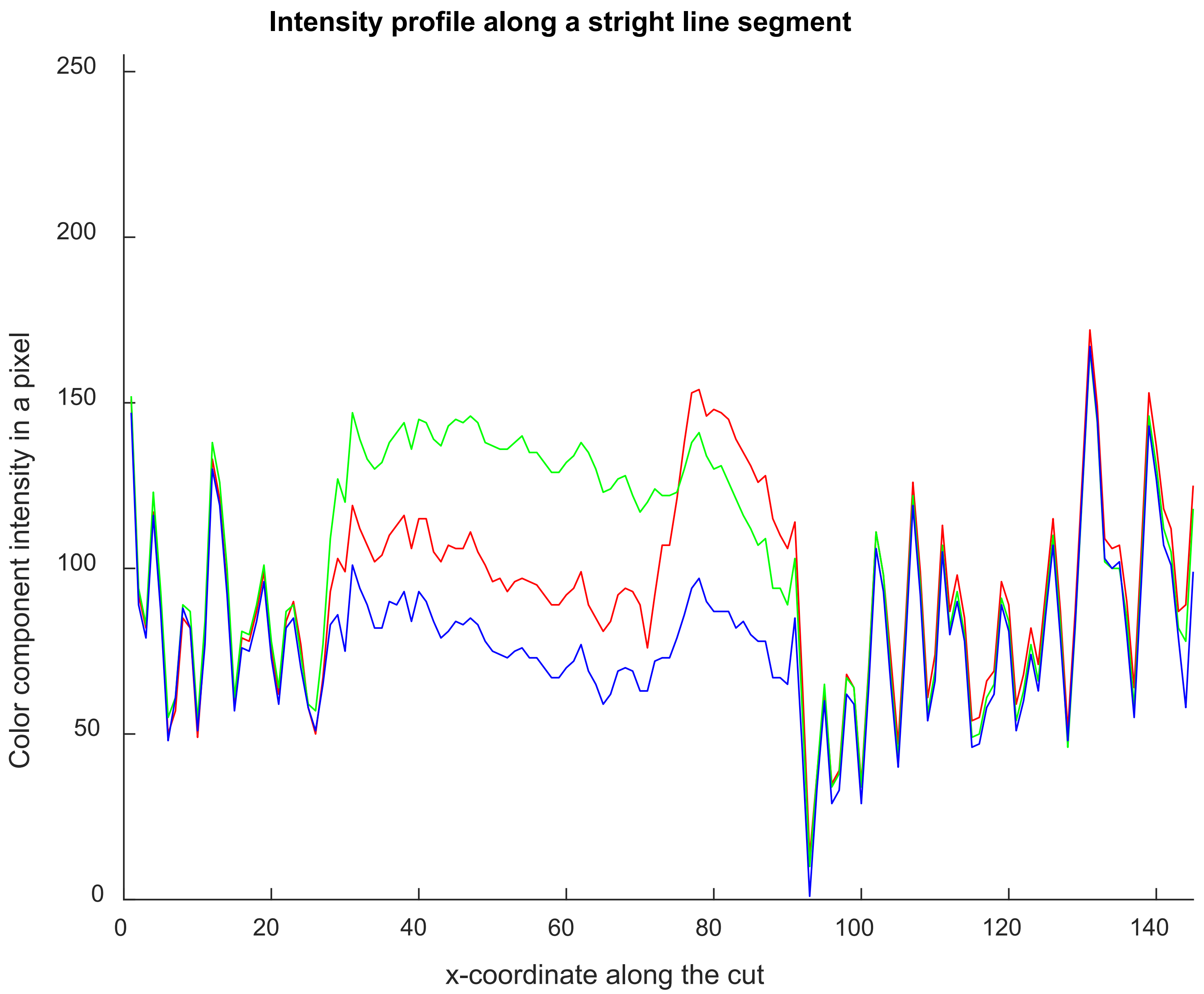
Input color image



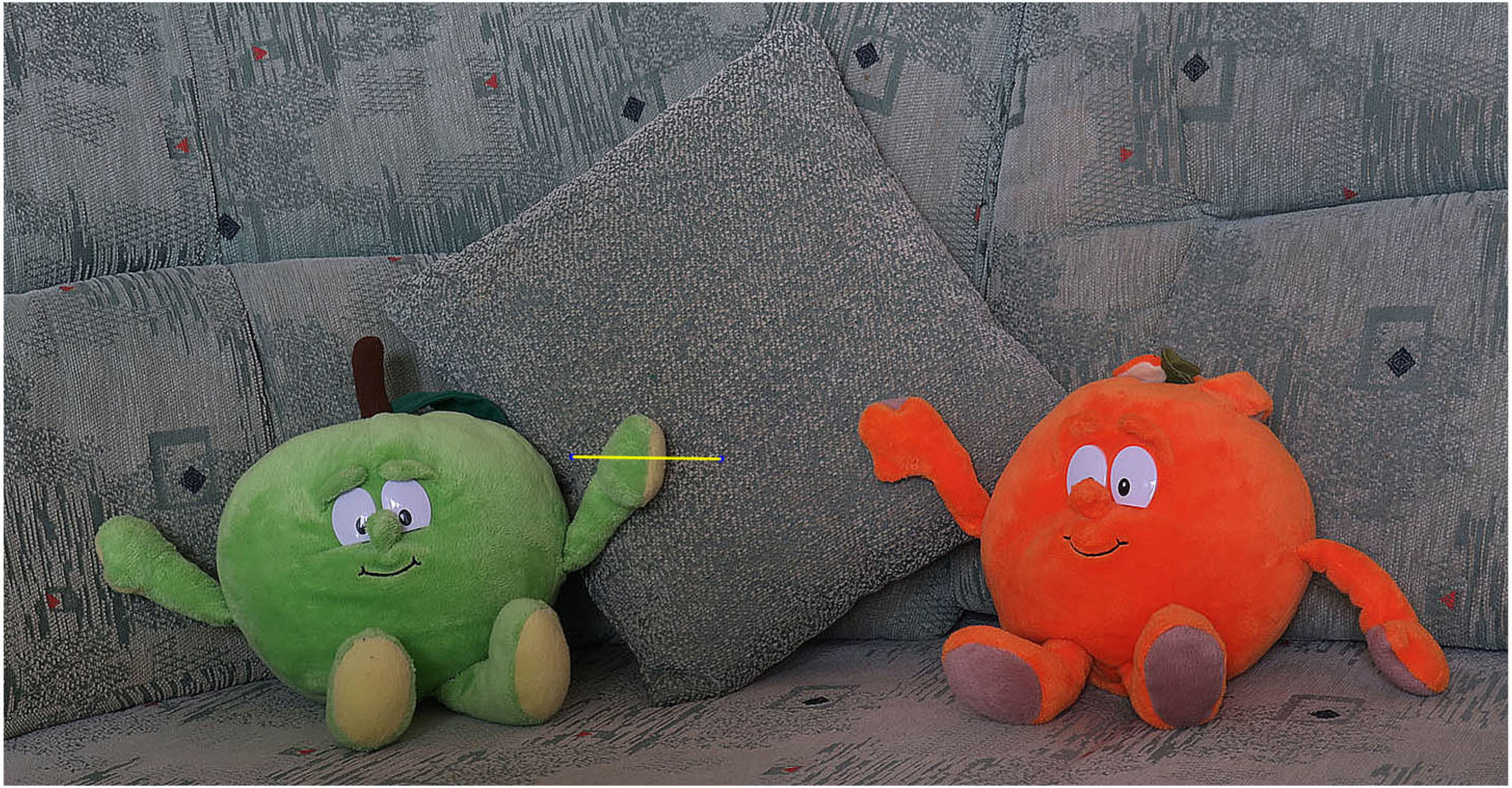

Intensity profile along a stright line segment
250
200
150
100
50
0
0
20
40
60
80
100
120
140
Color component intensity in a pixel
x-coordinate along the cut

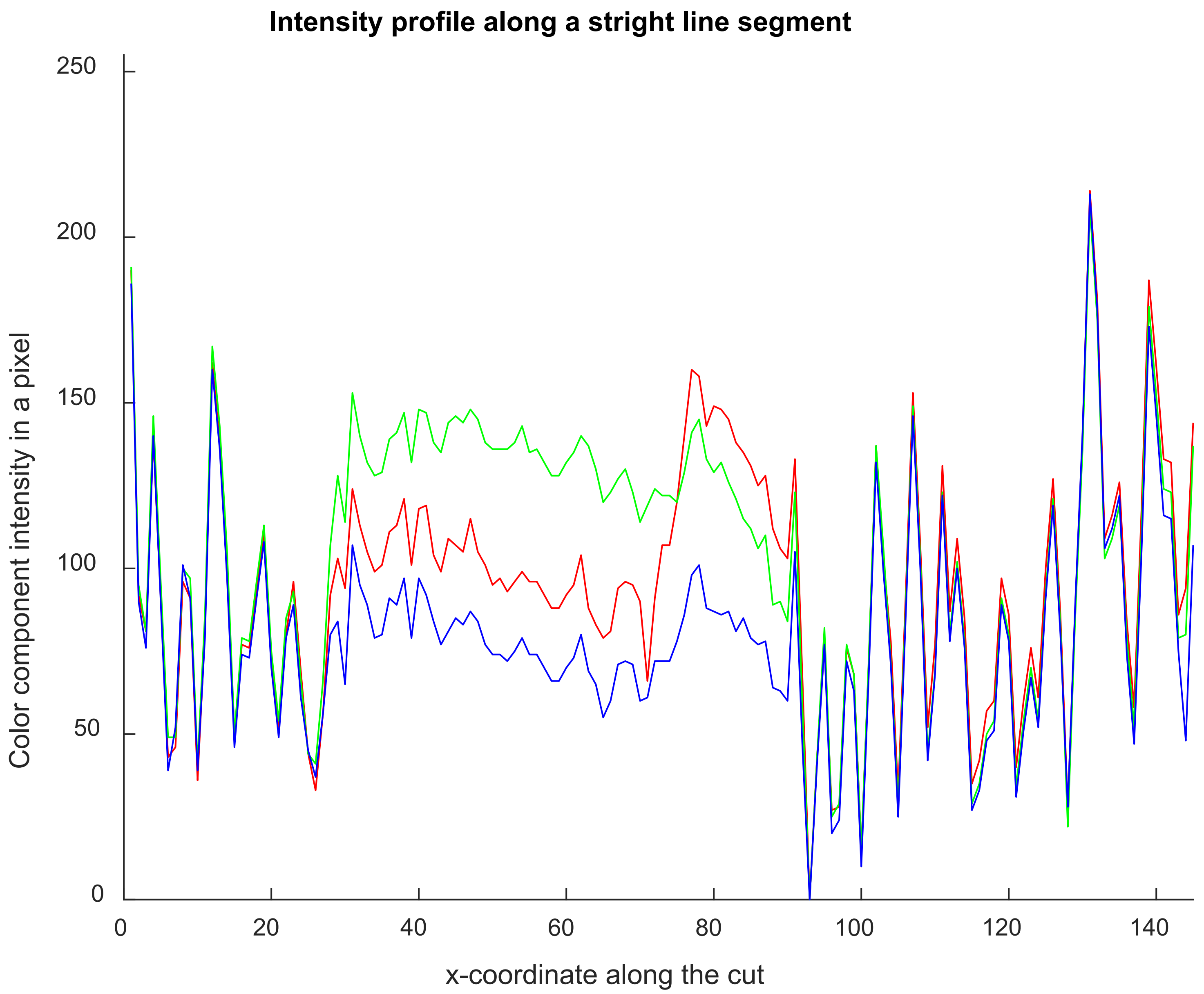
Sharpened image




Intensity profile along a stright line segment
Color component intensity in a pixel
x-coordinate along the cut
0
50
100
150
200
250
0
20
40
60
80
100
120
140

More sharpened image




Intensity profile along a stright line segment
Color component intensity in a pixel
x-coordinate along the cut
0
50
100
150
200
250
0
20
40
60
80
100
120
140