Předzpracování obrazů v prostoru obrazů, operace v lokálním sousedství

Václav Hlaváč

České vysoké učení technické v Praze
Český institut informatiky, robotiky a kybernetiky
160 00 Praha 6, Jugoslávských partyzánů 1580/3
`http://people.ciirc.cvut.cz/hlavac`, `vaclav.hlavac@cvut.cz`
také z Centra strojového vnímání, `http://cmp.felk.cvut.cz`

Poděkování Tomášovi Svobodovi za inspiraci pro několik průsvitek.

Osnova přednášky:

- Filtrace šumu (bez hranové detekce).
- Šum a jeho statistická podstata.
- Prostorově invariantní filtry.
- Diskrétní 2D konvoluce.
- Separabilní filtry.
- Nelineární filtrace šumu.

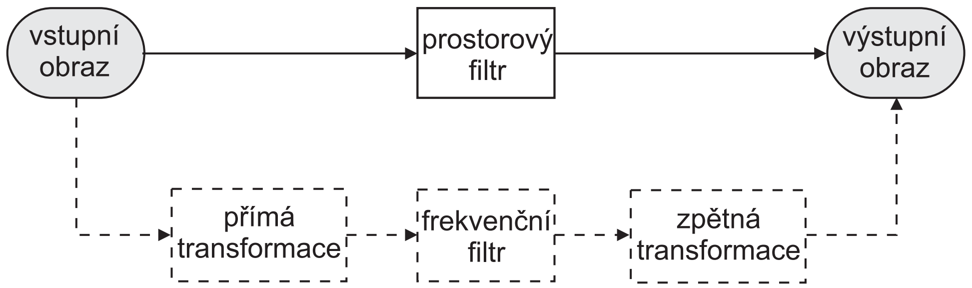
Předzpracování (filtrace) obrazu, úvod

Vstupem je obraz, výstupem je obraz.

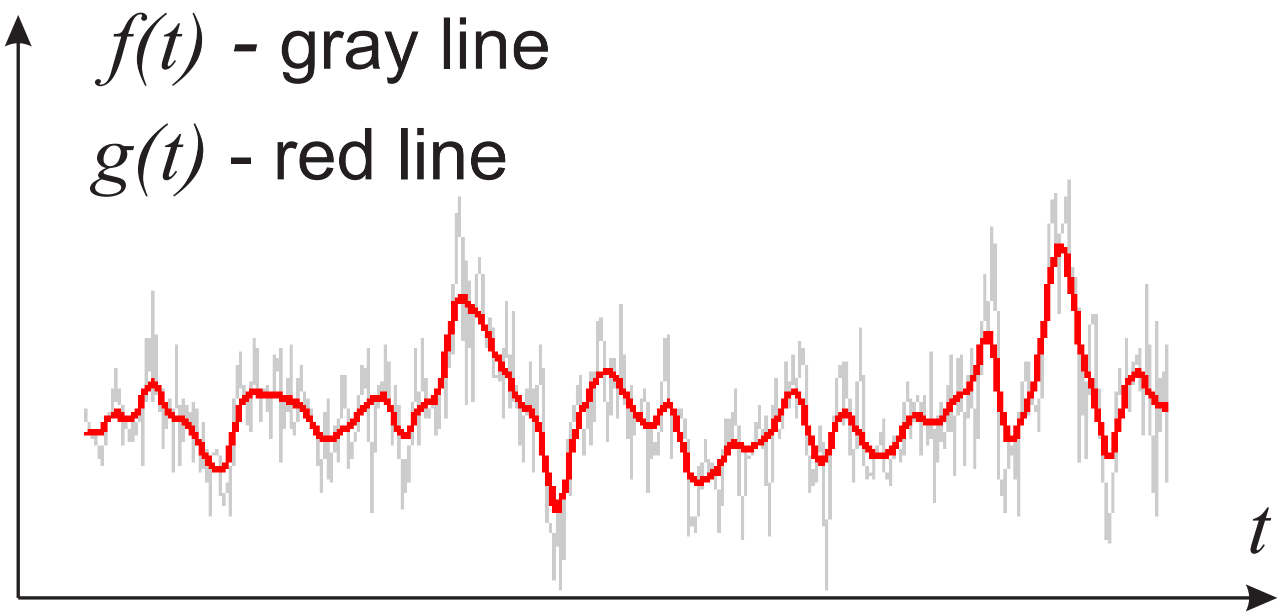
Obraz se neinterpretuje. Obsah (sémantika) obrazu se nebere v úvahu.

Cíl

- Potlačit **zkreslení** (např. korekce geometrického zkreslení díky zakřivenosti Země u družicového snímku).
- Zvýšení **kontrastu** (jen pro prohlížení obrazu člověkem).
- Filtrace odstraňuje nežádoucí části obrazu, např. odstraňuje šum.
- **Zdůraznění charakteristik** obrazu pro další zpracování, např. nalézání hranových bodů.

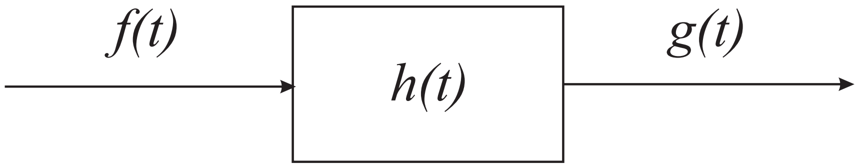


Filtrování signálu v 1D, motivační příklad



Lineární filtrace signálu v 1D, konvoluce

- Uvažujme 1D filtr h (také systém) závislý na čase t, který je lineární a časově invariantní.
- Uvažujme dále spojité signály, vstupní signál $f(t)$ a výstupní signál $g(t)$.

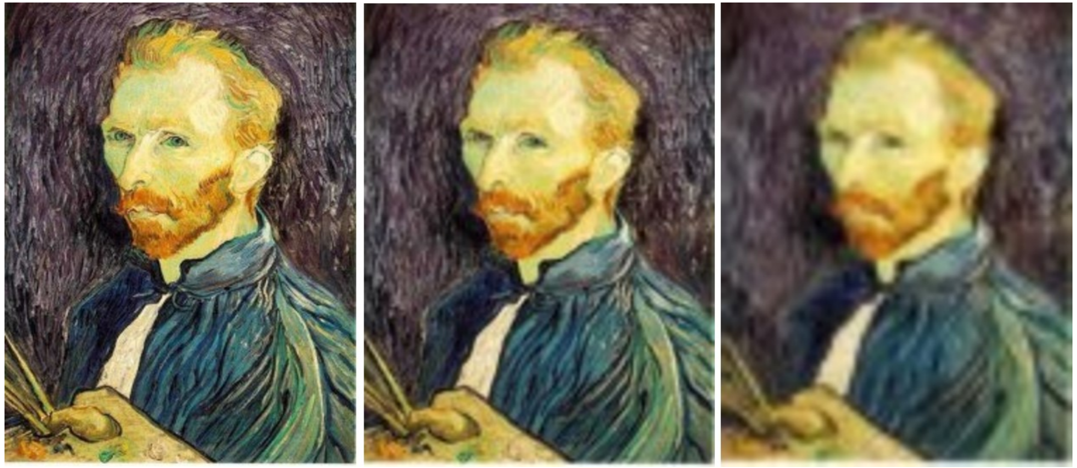


- Výstup filtru h se spočítá pomocí konvolučního integrálu

$$g(t) = f(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, h(t-\tau)\, \mathrm{d}\tau = \int_{-\infty}^{\infty} f(t-\tau)\, h(t)\, \mathrm{d}\tau \,.$$

Filtrování obrázku ve 2D, motivační příklad

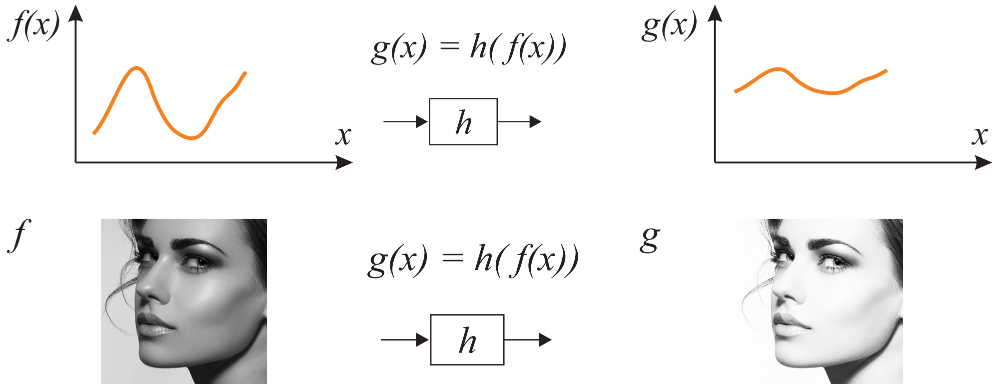
vyhlazování



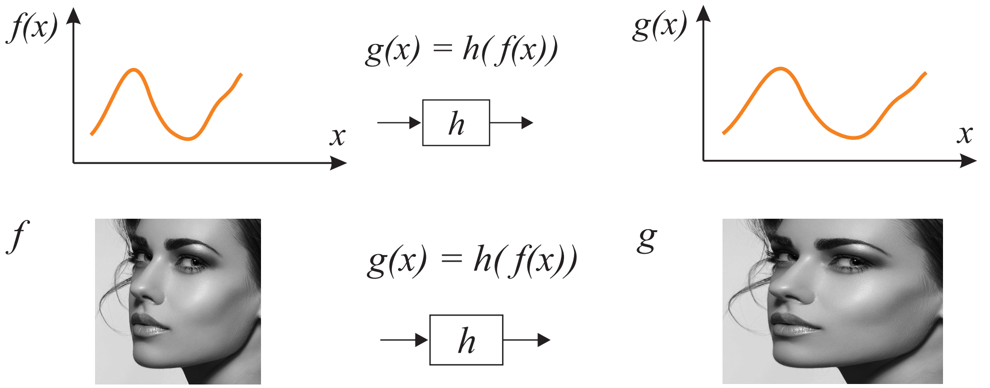
ostření

Filtrace obrazu × deformace obrazu

Filtrace obrazu mění obor hodnot obrazové funkce.



Deformace (warping) obrazu mění definiční obor obrazové funkce.



Lokální operace předzpracování obrazu

- Při lokálním předzpracování se obvykle nevyužívají specifické znalosti o obrazu a charakteru poruch.
- Dvě možné taxonomie operací předzpracování:
  - Dělení z hlediska použití:
    1. Vyhlazování (šumu).
    2. Hledání hran (gradientní operátory, ostření).
  - Dělení podle vlastností rovnic:
    1. Lineární.
    2. Nelineární.

Šum v obraze

- Šumem (v obrazu) jsou náhodné změny (obrazové) funkce, které jsou většinou nežádané.
- Pro 2D obrazovou funkci $f(x, y)$ mohou být náhodné změny v hodnotě funkce f a/nebo v náhodnosti polohy vzorků (x, y). Druhý případ se uvažuje méně často.
- Šum se nejčastěji modeluje pravděpodobnostními metodami, např. pravděpodobnostním rozdělením šumu.
- Zdroji šumu v obraze jsou např.: změny v osvětlení, šum světlocitlivého senzoru, kvantizační jevy, důsledky komprese obrazu a konečná přesnost souvisejících výpočtů.

Šum

- Nechť $f(x,y) = I(x,y)$ je obraz; Nechť $N(x,y)$ je šum.
- Aditivní šum abstrahujeme jako $I + N$.
- Multiplikativní šum abstrahujeme jako $I(1+N)$.

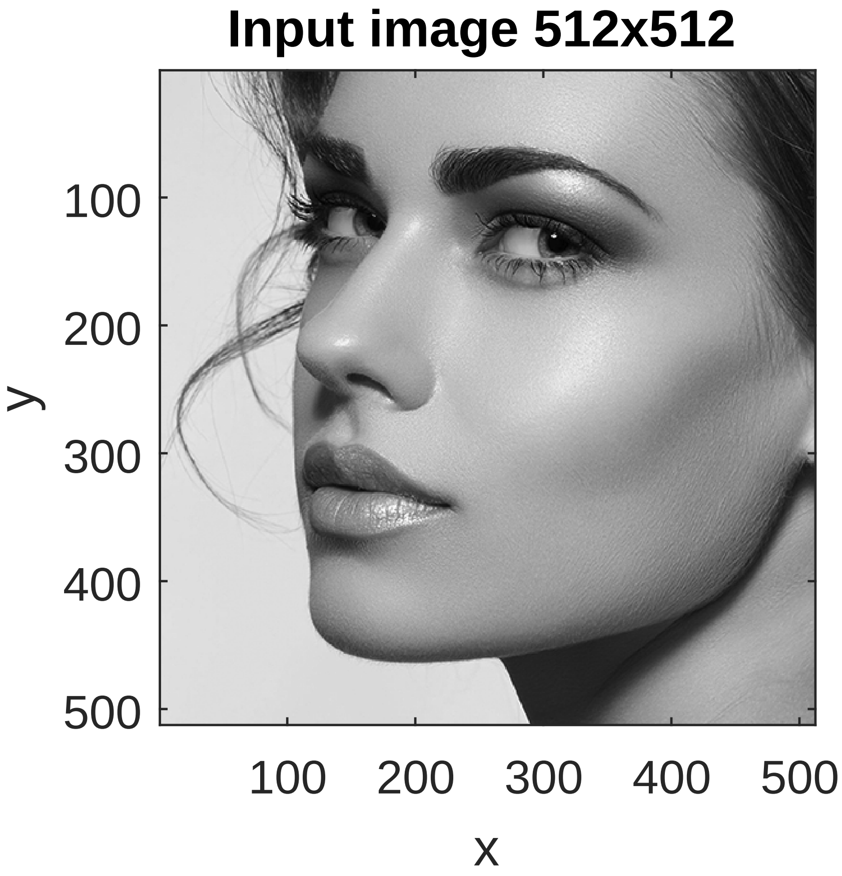
Šum nezávislý na signálu

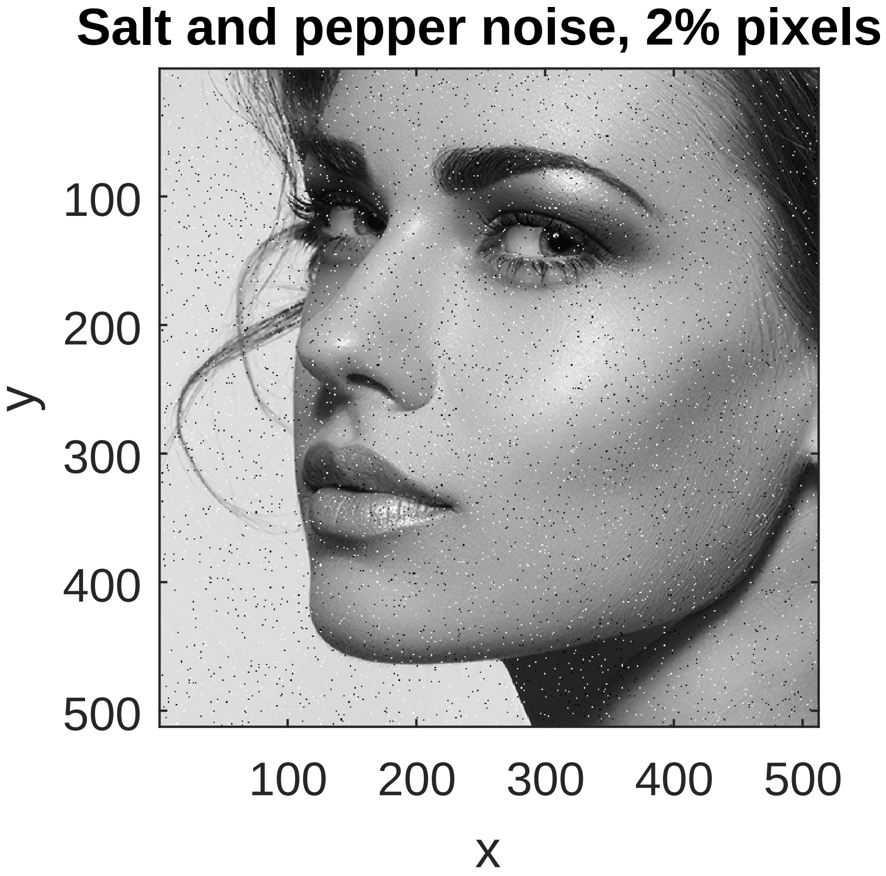
- Šum sůl a pepř, také impulsní nebo binární šum, tvoří náhodné výskyty černých a bílých pixelů.
- Gaussovský šum představují náhodné změny v intenzitě odpovídající gaussovskému (normálnímu) rozdělení.

Šum závislý na signálu

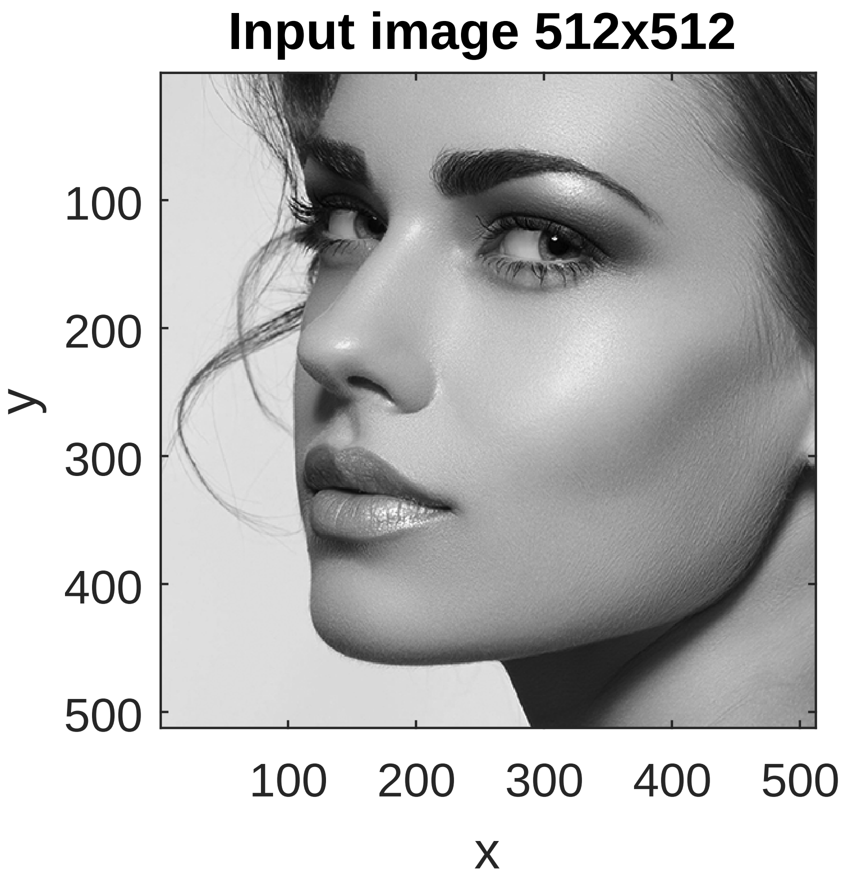
- "Speckle" šum, také granulární nebo interferenční šum, se modeluje pomocí násobení náhodného čísla s hodnotou obrazové funkce.
- Poissonův šum předpokládá, že každý pixel v obrazu $f(x,y)$ odpovídá Poissonově rozdělení parametru $\lambda = f_0(x,y)$, kde $f_0(x,y)$ je obraz bez šumu, který chceme odhadnout. $P(f(x,y) = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$.

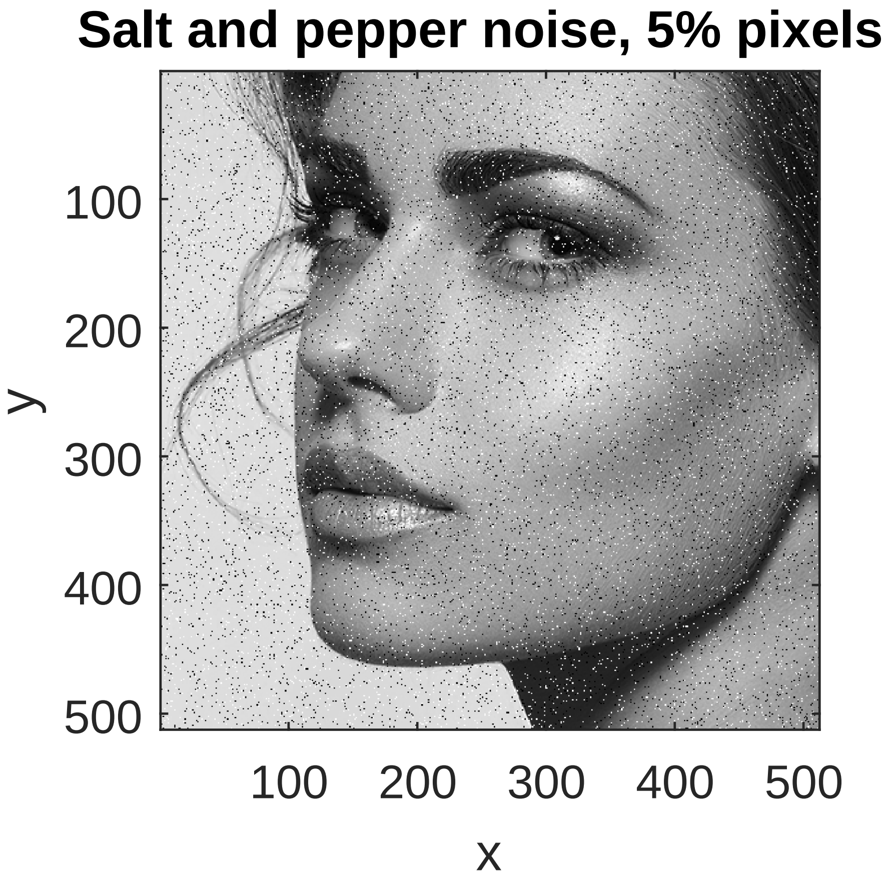
Příklad, šum sůl a pepř, 2% pixelů



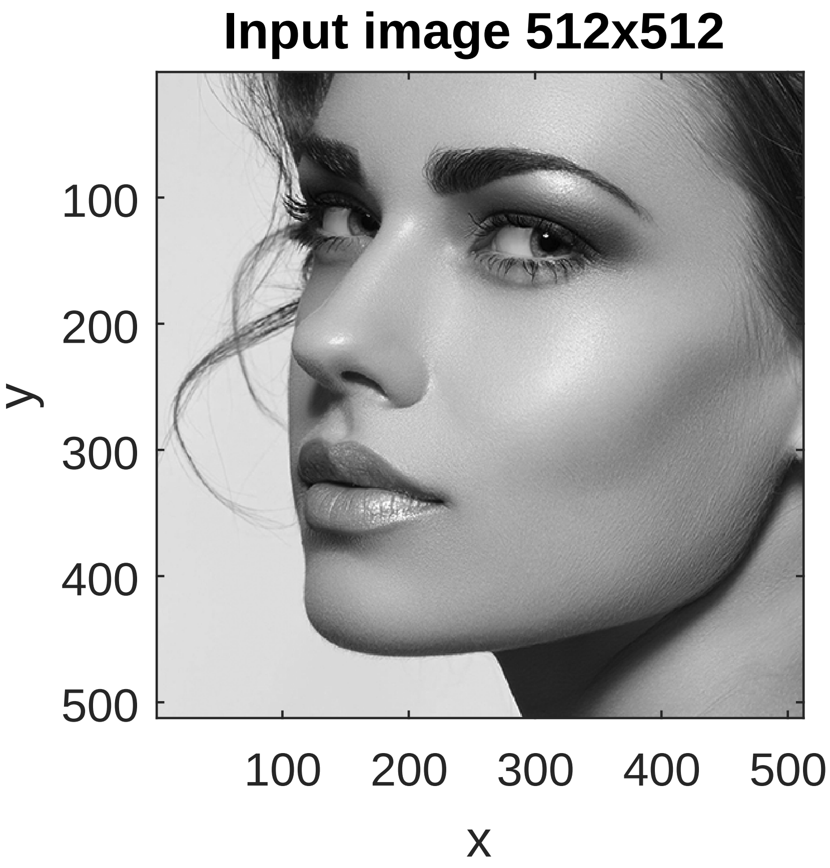


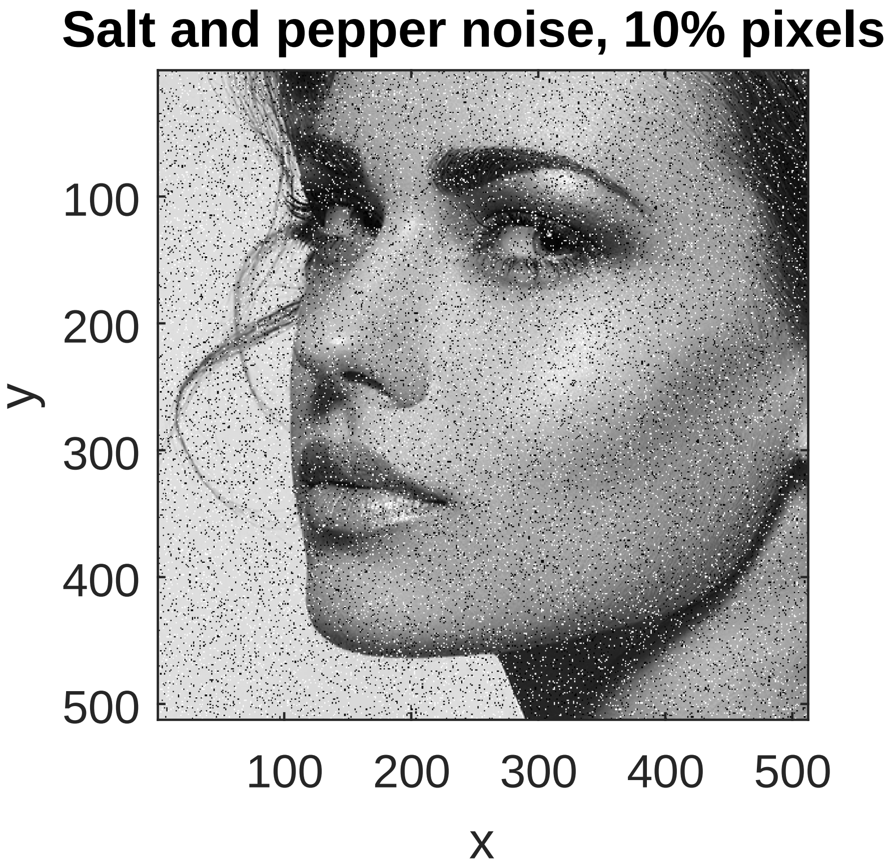
Příklad, šum sůl a pepř, 5% pixelů



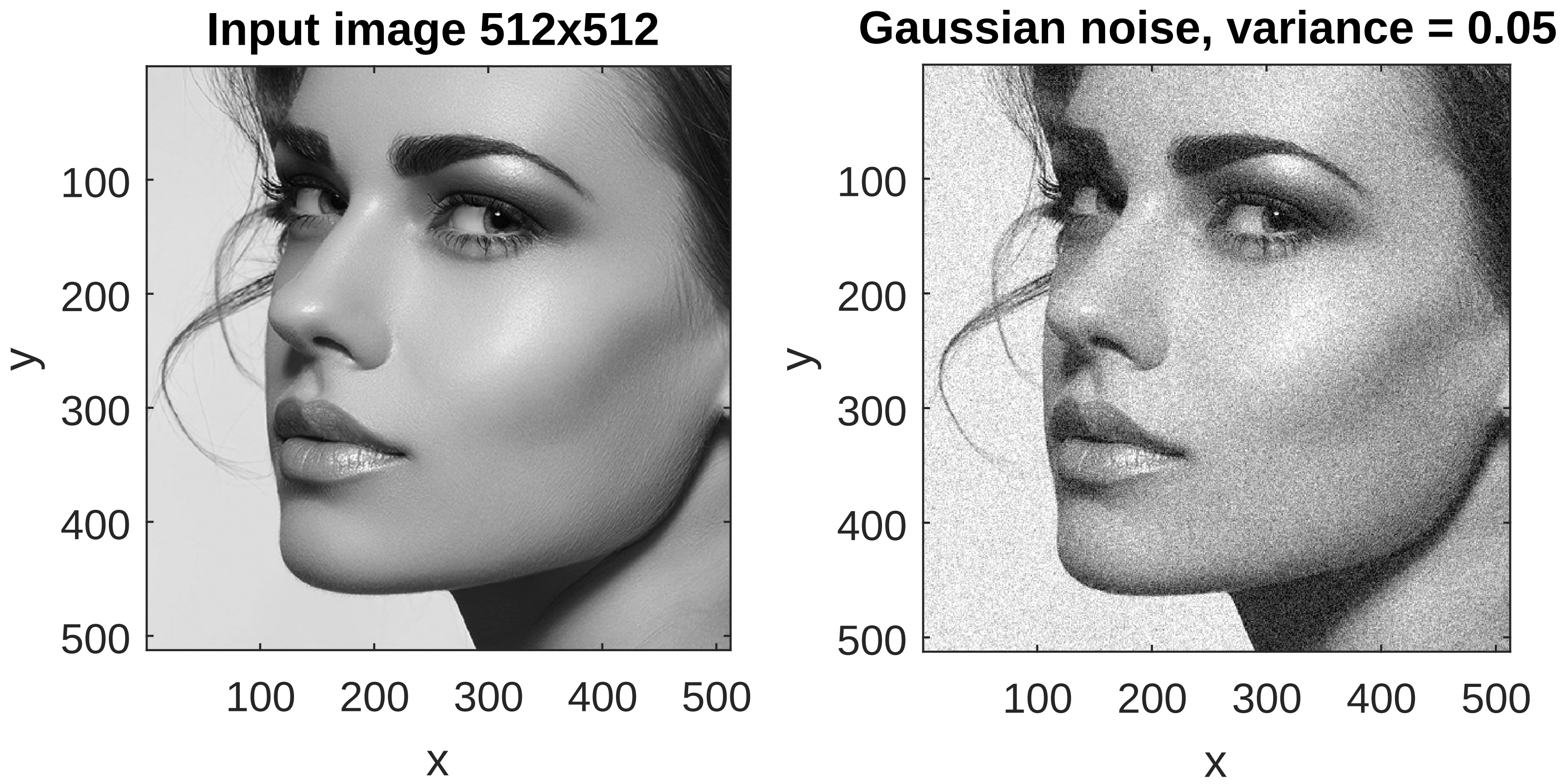


Příklad, šum sůl a pepř, 10% pixelů

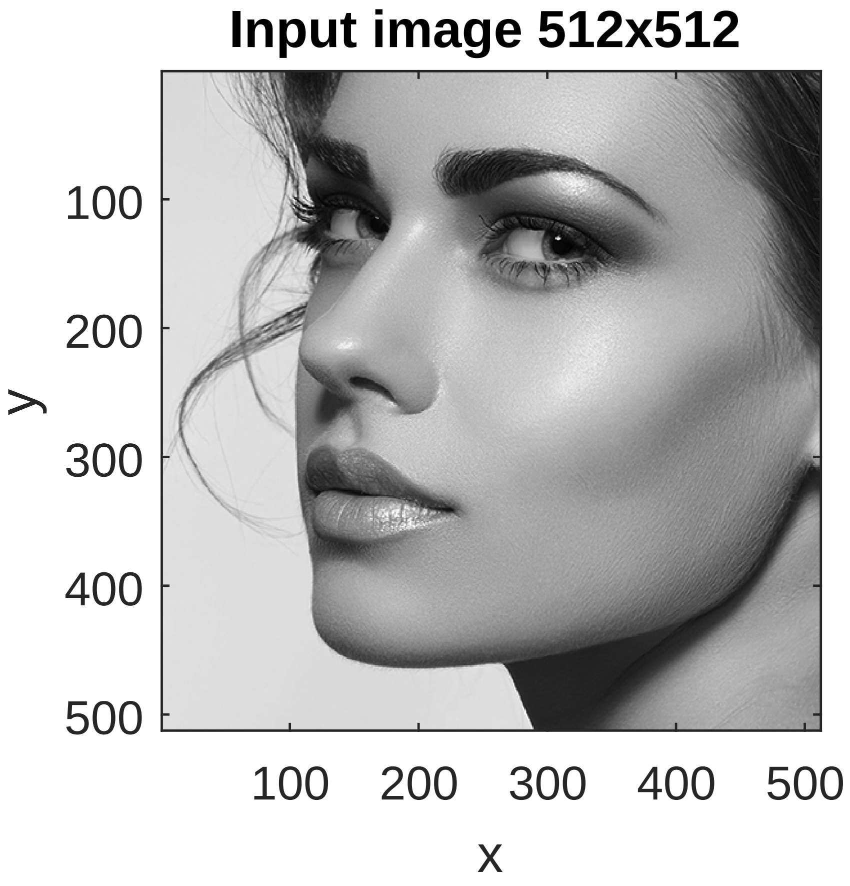


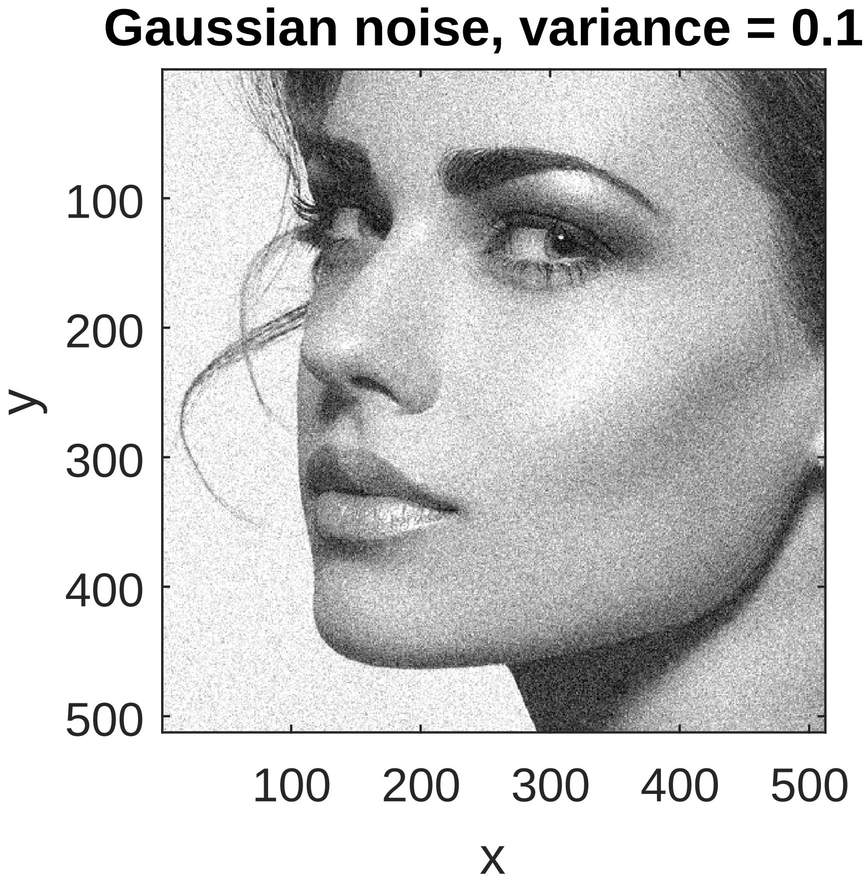


Příklad, gaussovský šum, rozptyl 0.05

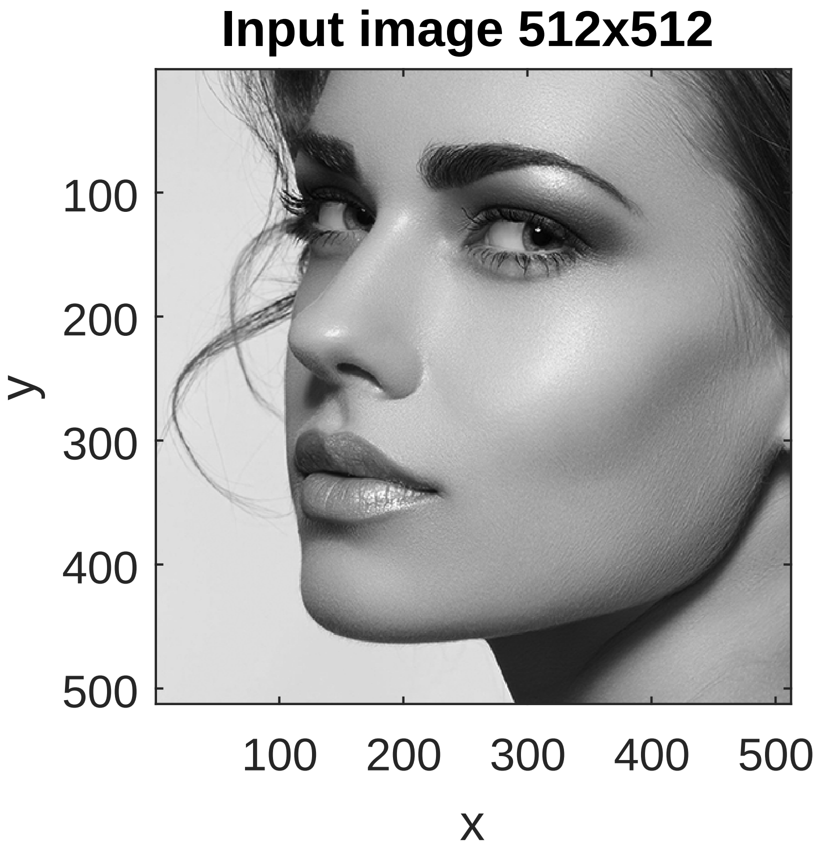


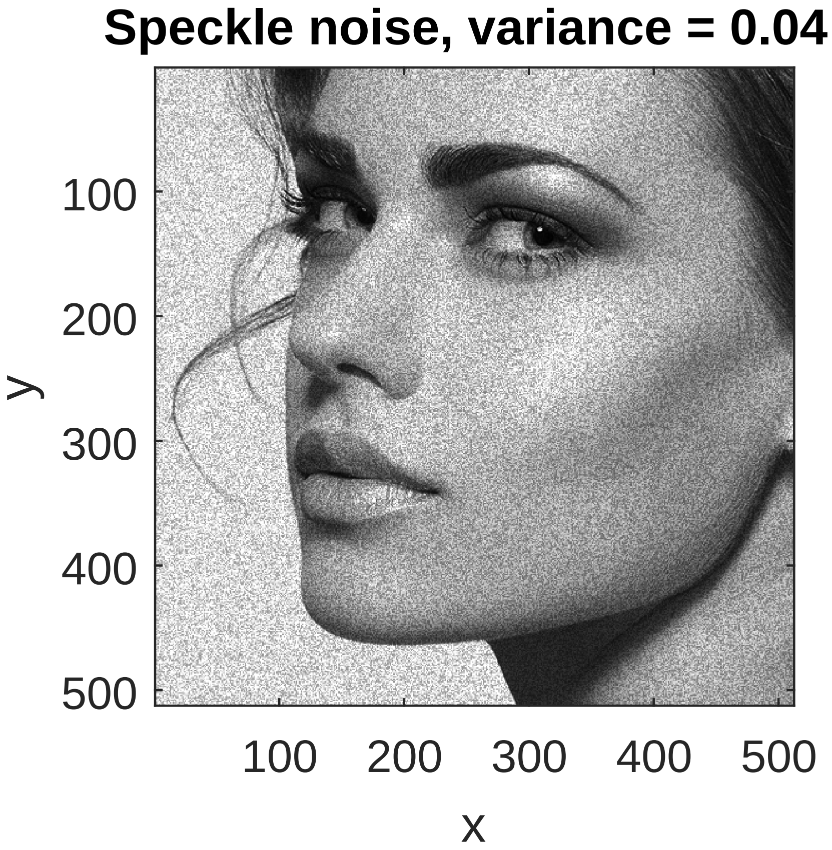
Příklad, gaussovský šum, rozptyl 0.1



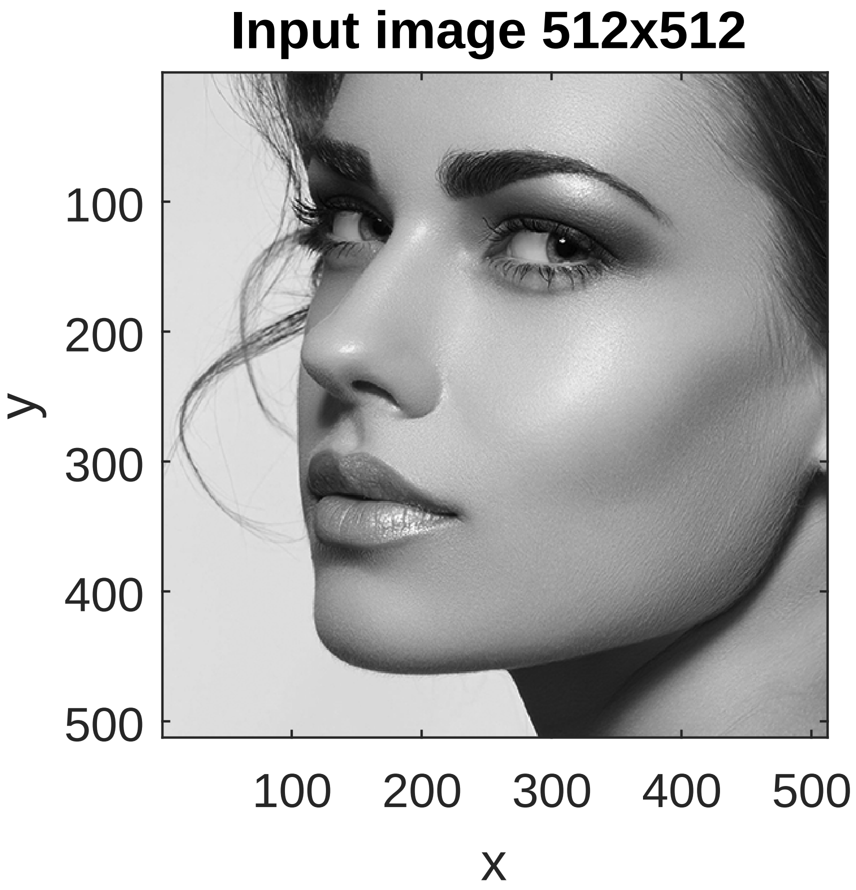


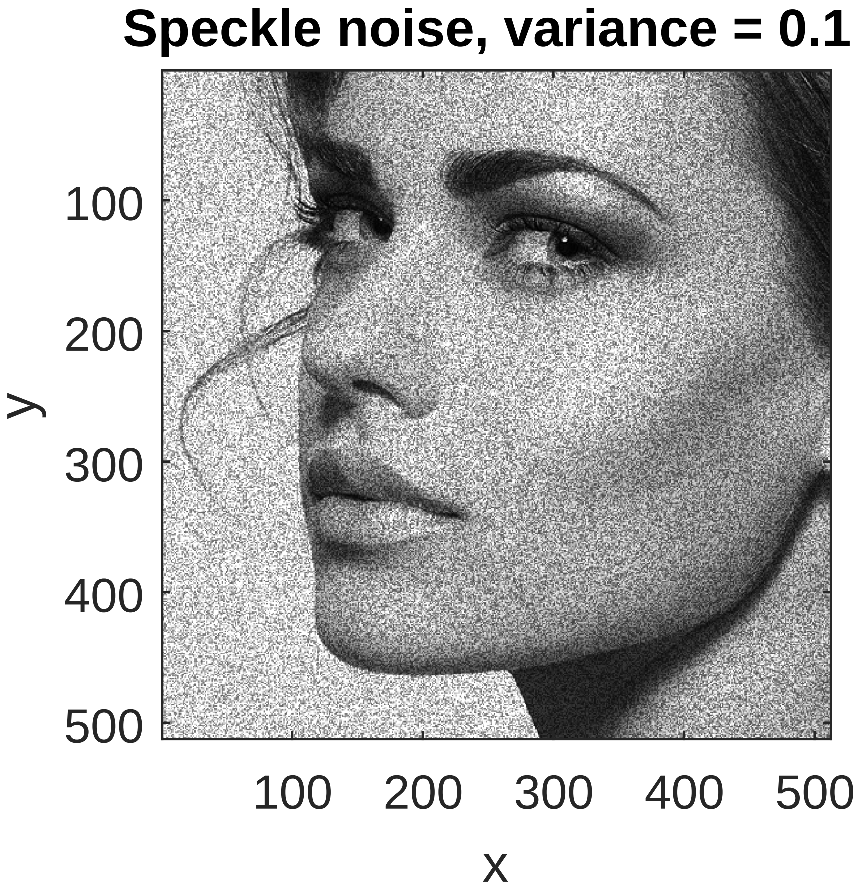
Příklad, speckle noise, variance 0.04





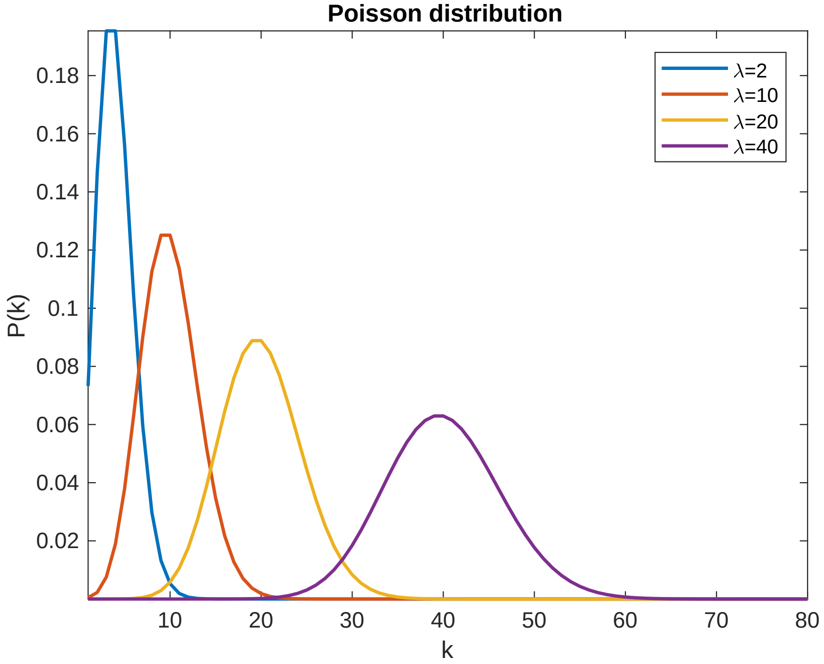
Příklad, speckle noise, variance 0.1





Poissonův šum, pokračování ze strany 8

- Poissonův model šumu se opírá o počet fotonů, kde λ je úměrná počtu fotonů dopadajících na světlocitlivý senzor během expoziční doby.
- Jde o model šumu, který je užitečný v lékařských obrázcích (např. v konfokální mikroskopii, SPECT tomografii), astronomii a modelování šumu v obecné kameře.
- Poznamenejme, že λ je střední hodnotou rozdělení, ale také rozptylem, a tak náhodné změny v jasu pixelu obrazu $f(x,y)$ jsou úměrné k $f_0(x,y)$.



$$P(f(x,y)=k)=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

Statistický princip filtrace šumu

Uvažujme skoro nejjednodušší statistický model šumu v obraze.

Předpokládáme, že obrazová funkce $f(x,y)$ je v každém pixelu zatížena aditivním šumem, tj. $f(x,y) = g(x,y) + \nu(x,y)$, kde $g(x,y)$ je výchozí obraz bez šumu $\nu(x,y)$ je šum s následujícími vlastnostmi:

- statistická nezávislost na obrazu bez šumu $g(x,y)$,
- s nulová střední hodnotou μ a směrodatná odchylkou σ.

Pozorujeme i realizací obrazu f_i, $i = 1, \ldots n$. Odhad správné hodnoty je

$$\frac{g_1 + \ldots + g_n}{n} + \frac{\nu_1 + \ldots + \nu_n}{n} \,.$$

Výsledkem odhadu je náhodná veličina s $\mu' = 0$ a $\sigma' = \sigma/\sqrt{n}$.

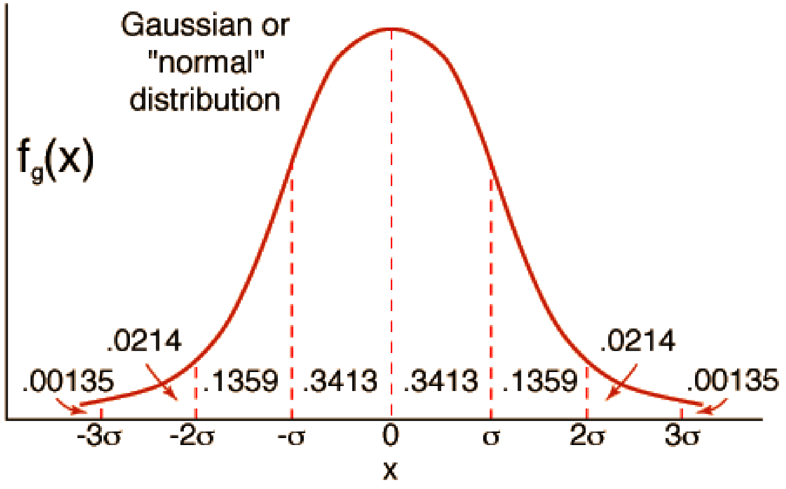
Předchozí úvaha má oporu v teorii pravděpodobnosti, a to ve velmi silné a obecné Centrální limitní větě.

Centrální limitní věta (1)

- Centrální limitní věta poskytuje pravděpodobnostní popis výběrových průměrů, které byly vytvořeny z rodičovské populace jako průměry nekonečného počtu náhodně vybraných vzorků o velikosti N.
- Centrální limitní věta dovoluje předpovědět pravděpodobnostní charakteristiky nezávisle na rozdělení rodičovské populace.
- Střední hodnota populace výběrových průměrů (tj. která vznikne z výběrových průměrů o N vzorcích náhodně vybíraných z rodičovské populace) se rovná střední hodnotě rodičovské populace.
- Středně kvadratická odchylka populace výběrových průměrů se rovná standardní odchylce rodičovské populace dělené druhou odmocninou velikosti vzorků N.
- Pravděpodobnostní rozdělení výběrových průměrů se bude blížit normálnímu (gausovskému) rozdělení s rostoucí velikostí N vybíraných vzorků.

Centrální limitní věta (2)

- Důsledkem Centrální limitní věty je skutečnost, že když průměrujeme výsledky měření určité veličiny, potom se pravděpodobnostní rozložení těchto průměrů blíží normálnímu (gaussovskému) rozdělení.
- Uvažujme měřenou veličinu složenou z několika nekorelovaných veličin, které jsou zatíženy šumem různých rozdělení. Pravděpodobnostní rozdělení složené veličiny se bude blížit k normálnímu rozdělení, když bude narůstat počet veličin tvořících složeninu.
- Důsledkem Centrální limitní věty je tudíž i častý výskyt normálního rozložení v úlohách týkajících se měření.



Centrální limitní věta (3), aplikační pohled

- Pro použití je podstatné, že není potřebné generovat velké množství náhodných výběrů. Stačí pořídit jediný dosti velký náhodný výběr. Díky centrální limitní větě víme, jaké je rozdělení výběrových průměrů, aniž je musíme generovat.
- Co lze považovat za dostatečně velký výběr? Záleží na aplikaci. Ve statistice bývá považováno za dolní hranici 30-50 pozorování. Vzpomeňte na vzorky kolem 1000 respondentů v odhadech volebních výsledku.
- Míra nejistoty hodnoty parametru populace (zde jsme mluvili jen o průměru) se vyjadřuje intervalem spolehlivosti.

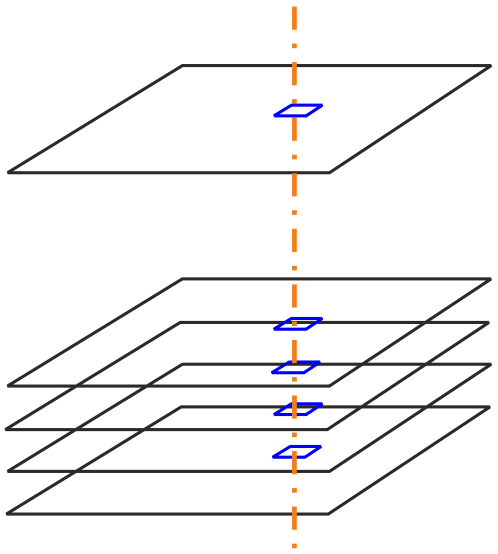
Podrobněji viz učebnice statistiky.

Vyhlazování z více obrazů bez rozmazání

Předpoklady: n obrazů téže neměnné scény, u nichž lze předpokládat náhodné poruchy nezávislé na signálu.

Správné hodnota jasu: $f(i,j)$ se pro každý pixel obrazu z náhodné populace tvořené pixely v téže pozici ve všech vstupních obrazech $g_k(i,j)$ odhaduje např. obyčejným průměrováním,

$$f(i,j) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} g_k(i,j) \,.$$



n obrázků položených na sebe

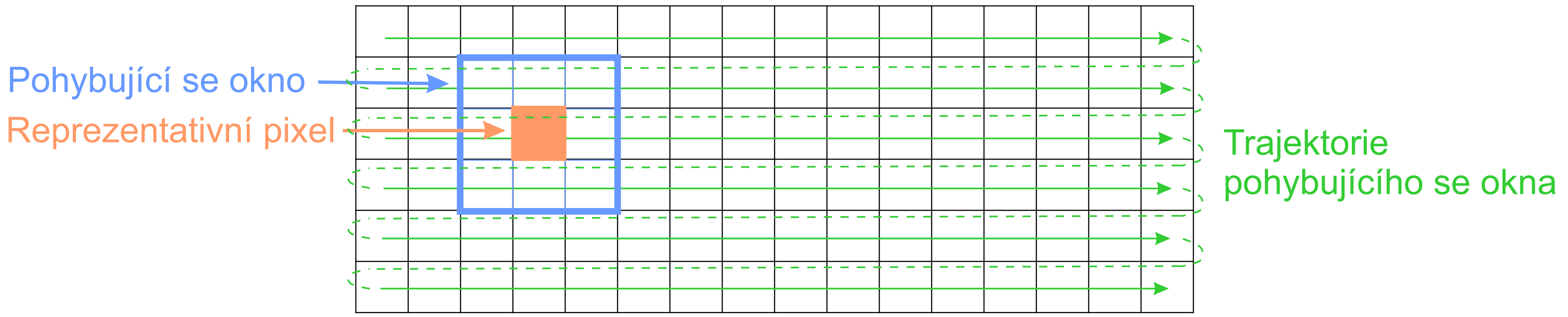
Příklad: Potlačení tepelného šumu kamery u přesných měření. Typicky se správná hodnota odhaduje přinejmenším z 50 obrazů.

Problém: potřebujeme filtrovat šum z jediného obrazu

- Nezbývá než se spolehnout na nadbytečnost údajů v obraze.
- Sousední pixely mají převážně stejnou nebo podobnou hodnotu jasu.
- Hodnotu jasu můžeme opravit na základě analýzy bodů v okolí. Použije se typický reprezentant nebo kombinace několika hodnot z okolí.
- Problém rozmazávání na jasových přechodech.

Obecná lokální filtrace

- Správná hodnota (nová výstupní hodnota) se odhaduje z hodnot obrazové funkce v malém okolí $\mathcal{O}$ nynějšího (reprezentativního) pixelu. Tímto okolím je často malý obdélník nazývaný také filtrační okno.
- Představme si, že se celý obraz systematicky prochází filtračním oknem, např. řádek po řádku, shora dolů a zleva doprava.



- Výsledek analýzy obrazové funkce v okolí $\mathcal{O}$ se zapisuje do výstupního obrazu do stejného místa jako jsou souřadnice reprezentativního pixelu ve vstupním obrazu. Metoda se (někdy) nazývá filtrace pohybujícím se oknem.
- Obecně mohou být vlastnosti filtru v každém pixelu obrazu jiné.

Operátory nezávislé na posunu, též zvané prostorově invariantní filtry

- Speciální případ lokální filtrace.
- Vlastnosti filtru jsou ve všech polohách stejné.
- Shoduje se s představou frekvenční filtrace (např. Fourierova transformace), kdy působení filtru je prostorově omezené. Např. filtrace Gaussiánem s malým rozptylem.

Lokální lineární předzpracování

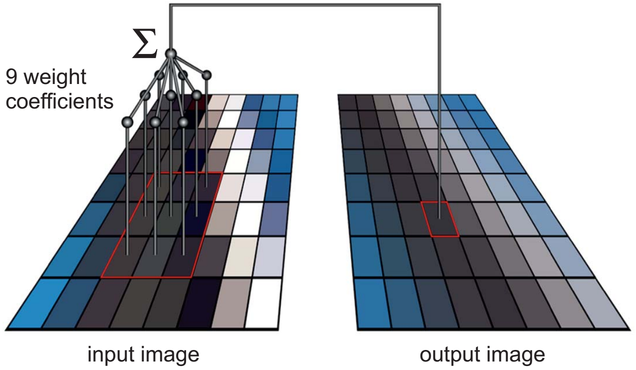
- Nová hodnota je vypočítána jako lineární kombinace (konvoluce) hodnot obrazové funkce v okolí.
- Připomínka: Linearita operátoru, tj. dvě vlastnosti: aditivita a homogenita.
- U skutečných obrazů je předpoklad linearity narušen.
  - Hodnotu pixelu nelze vynásobit libovolným skalárem nebo výsledek součtu nemůže být jakýkoliv. Problém saturace díky omezenému rozsahu hodnot obrazové funkce, typicky interval $\langle 0, 255 \rangle$.
  - Problémy na okraji obrazu. Maska přesahuje.

Diskrétní 2D konvoluce

- Příspěvek jednotlivých pixelů v okolí $\mathcal{O}$ je vážen v lineární kombinaci koeficienty h podle

$$g(x,y) = \sum_{(m,n)} \sum_{\in \mathcal{O}} h(x-m,\, y-n)\, f(m,n)\,.$$

- Konvoluční jádro h, též konvoluční maska, udávající váhu hodnot obrazové funkce v okolí v součtu.
- Často se používá obdélníkové okolí $\mathcal{O}$ s lichým počtem řádků a sloupců, a tak může reprezentativní bod ležet uprostřed konvoluční masky.



Konvoluce versus vzájmená korelace

- Konvoluce $*$ *(odpovídá impulsní odezvě)*

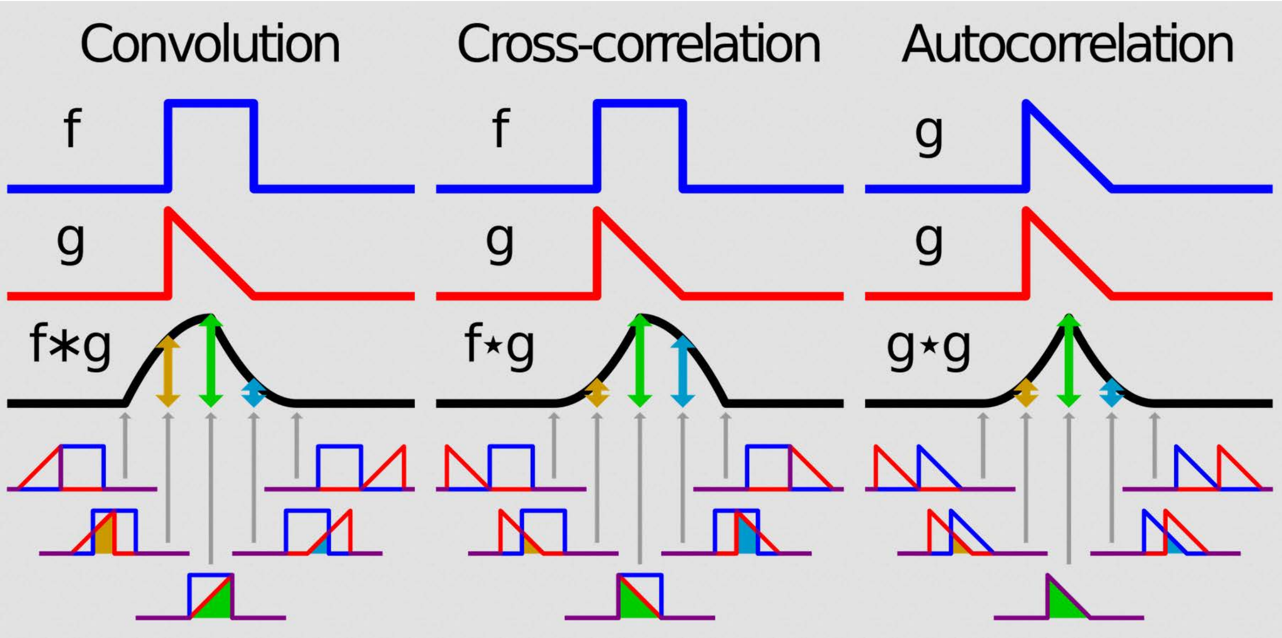
$$g(x,y) = (h * f)(x,y) = \sum_{(m,n)} \sum_{\in \mathcal{O}} h(x-m,\, y-n)\; f(m,n)\,.$$

- Vzájemná korelace $\star$ *(měří podobnost mezi dvěma signály/obrazy)*

$$g(x,y) = (h \star f)(x,y) = \sum_{(m,n)} \sum_{\in \mathcal{O}} h(x+m,\, y+n)\; f(m,n)\,.$$

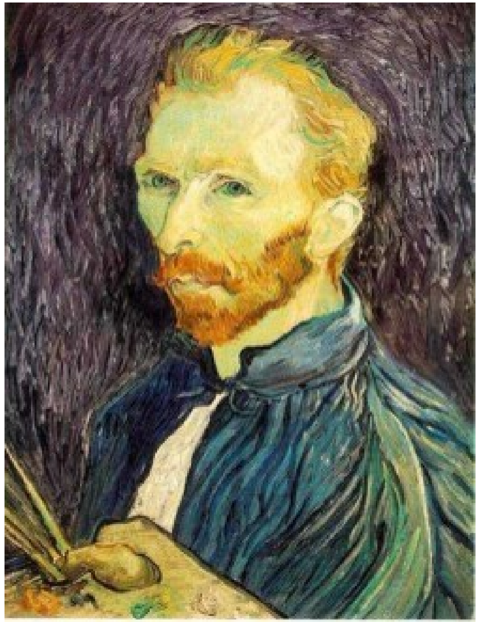
- Konvoluce pomocí vzájemné korelace:
  - Převraťte masku h v obou dimenzích (zdola nahoru, zleva doprava).
  - Vypočtěte vzájemnou korelaci.
- Pro symetrické filtry se výsledek korelace a konvoluce neliší.

Konvoluce versus vzájmená korelace, 1D ilustrace



Poděkování: commons.wikimedia.org

Příklad lineární filtrace v prostoru obrazu

 $=$  $*$ $h(x,y)$

filtrovaný obraz g

výchozí obraz f

konvoluční jádro h
též funkce filtru, zde
Gaussián $h(x,y) = e^{-\frac{x^2+y^2}{\sigma^2}}$

Obyčejné průměrování

Průměrování v okolí 3×3

$$h = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} .$$

Dvě varianty zvýraznění pixelů blíže středu masky

$$h = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} , \quad h = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} .$$

Obyčejné průměrování, příklad bez šumu

Originál 512×512

Průměrování 3×3

Průměrování 7×7

Průměrování 11×11

Průměrování 25×25

Obyčejné průměrování, příklad, gaussovský šum

Adit. gauss. šum, $\sigma = 0.05$

Průměrování 3×3

Průměrování 7×7

Originál 512×512

Průměrování 11×11

Průměrování 25×25

Obyčejné průměrování, příklad šumu sůl a pepř, 5% pixelů zašuměno

Adit. šum sůl a pepř, $\sigma = 0.05$

Průměrování 3×3

Průměrování 7×7

Originál 512×512

Průměrování 11×11

Průměrování 25×25

Separabilní filtry

- Filter je separabilní, když $h(x,y) = h_1(x) \cdot h_2(y) = \delta * h_1(x,\cdot) * h_2(\cdot,y)$, kde δ je Diracova funkce.
- Separablilní filtry se dají implementovat postupnými 1D konvolucemi díky asociativitě konvoluce. Nechť jsou M, N rozměry obrázku a m, n rozměry konvoluční masky h. Separabilita sníží výpočetní složitost z $\mathcal{O}(MNmn)$ na $\mathcal{O}(MN(m+n))$.
- Příklad: binomický 2D filtr rozměru 5×5 (prvek filtru je součtem dvou předchozích čísel v Pascalově trojúhelníku).

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 6 & 24 & 36 & 24 & 6 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \\ h_1 \\ \\ \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \quad & h_2 & \quad \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 6 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{bmatrix}.$$

Separabilita $\Rightarrow$ úspora výpočtů

Rozměr konvoluční masky je $2N + 1$.

$$
\begin{aligned}
g(x,y) &= \sum_{m=-N}^{N} \sum_{n=-N}^{N} h(x-m,\, y-n)\; f(m,n) \\
&= \sum_{m=-N}^{N} \sum_{n=-N}^{N} h(m,n)\; f(x+m, y+n) \\
&= \sum_{m=-N}^{N} h_1(m) \sum_{n=-N}^{N} h_2(n)\; f(x+m, y+n)
\end{aligned}
$$

Separabilita $\Rightarrow$ úspora výpočtů 2

- Pro náš 5×5 filtr potřebuje přímý výpočet 25 násobení a 24 sčítání pro každý pixel.
- Při použití separabilního filtru stačí 10 součinů a 8 součtů.

- Ještě výraznější by byla úspora v případě konvoluční filtrace 3D obrázku (např. z tomografu). Pro konvoluční jádro rozměru $9 \times 9 \times 9$ by na každý voxel bylo potřeba 729 součinů a 728 součtů
- Pro separovatelný filtr stačí 27 součinů a 24 součtů na voxel.

Ověření separability a rozklad

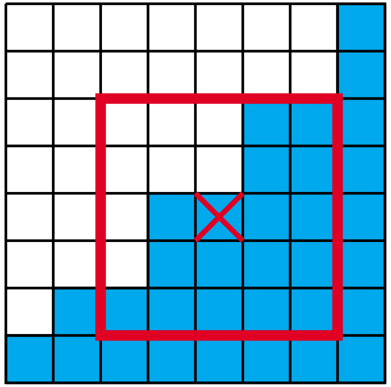
Každý filtr s hodností 1 je separovatelný.

Rozklad pomocí singulárního rozkladu (SVD).

```
[u,s,v] = svd(A);
s = diag(s);
tol = length(A) * max(s) * eps;
rank = sum(s > tol);
if (rank == 1)
  hcol = u(:,1) * sqrt(s(1));
  hrow = conj(v(:,1)) * sqrt(s(1));
  y = conv2(hcol, hrow, x, shape);
else
  %Nonseparable stencil
end
```

Nelineární vyhlazování

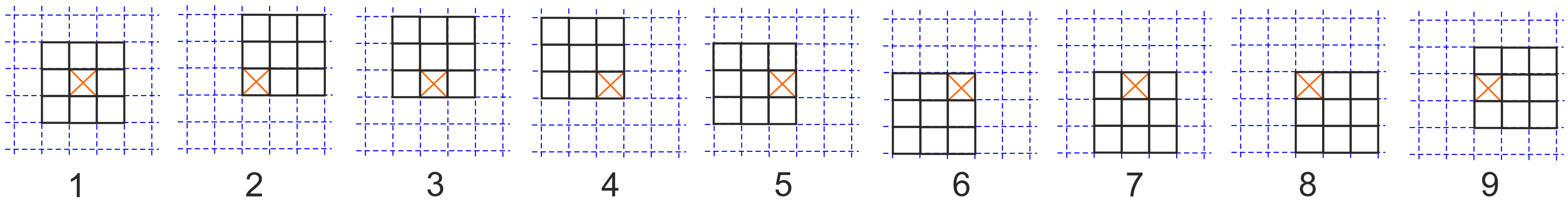
- Cíl: omezit rozmazávání hran při vyhlazování.
- Dva možné použité principy pro odhad správné hodnoty obrazové funkce, které méně poškozují hrany:
  - První princip: najít část okolí, ve kterém se jas kvalitativně nemění.



  - Druhý princip: Střední hodnota poskytuje špatný odhad správné hodnoty, když jsou vychýlené hodnoty. Místo střední hodnoty se použije robustní statistika.

Metoda rotující masky

- V okolí 5×5 reprezentativního bodu vyhledává jeho homogenní část rotující maska 3×3.
- Maska má celkem 9 možných poloh, 1 uprostřed + 8 ve všech možných polohách u krajů okolí 5×5 ukázaných na obrázku. Oranžový křížek ukazuje reprezentativní bod filtrační masky.



- Z masek se vybere ta maska, kde má jas nejmenší rozptyl, a použije se pro odhad hodnoty obrazové funkce v reprezentativním bodu.

Filtrace mediánem

- Medián $=$ jeden z výběrových kvantilů, 2-kvantil.

  Kvantily jsou jsou hodnoty dané stejně velkými intervaly z kumulativní distribuční funkce náhodné veličiny (známe z vyrovnávání histogramu). $q-$kvantil rozdělí uspořádaná data do q stejně velkých částí.

- Nechť je x náhodnou veličinou. Medián M je hodnota, pro kterou je pravděpodobnost jevu $x < M$ rovna jedné polovině.

- Výpočet mediánu je pro diskrétní obrazovou funkci jednoduchý. Stačí uspořádat vzestupně hodnoty jasu v lokálním okolí a medián určit jako prvek, který je uprostřed této posloupnosti.

- Aby se snadno určil prostřední prvek, používají se posloupnosti s lichým počtem prvků, typicky okolí 3×3, 5×5, atd.

- Výpočet ještě urychlí skutečnost, že k nalezení mediánu stačí částečné uspořádání posloupnosti.

Medián, příklad

100	98	102
99	105	101
95	100	255

- Oranžové podbarvení označuje reprezentativní pixel filtrační masky (použitého okolí).
- Aritmetický průměr = 117,2
- Medián : 95 98 99 100 100 101 102 105 255
- Robustní, protože snese až 50 % vychýlených hodnot.

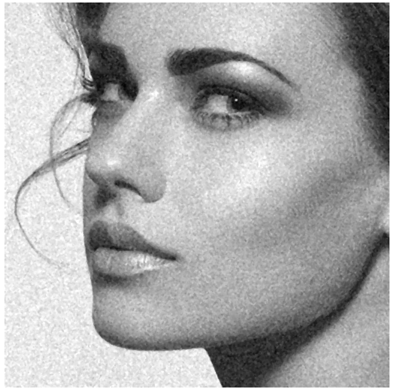
Filtrace mediánem, příklad gaussovský šum

Adit. gauss. šum, $\sigma = 0.05$

Průměrování 3×3

Průměrování 7×7

Originál 512×512



Mediánová filtrace 3×3

Mediánová filtrace 7×7

Filtrace mediánem, šum sůl a pepř
5 % pixelů zašuměno


Aditivní šum sůl a pepř


Průměrování 3×3


Průměrování 7×7


Originál 512×512


Mediánová filtrace 3×3


Mediánová filtrace 7×7