Hrany (= gradienty), hranové body a ostření obrazu

Václav Hlaváč

České vysoké učení technické v Praze
Český institut informatiky, robotiky a kybernetiky
160 00 Praha 6, Jugoslávských partyzánů 1580/3
http://people.ciirc.cvut.cz/hlavac, vaclav.hlavac@cvut.cz

Poděkování: O. Drbohlav, T. Svoboda a T. Werner za několik obrazovek této přednášky.

Osnova přednášky:

- Hrany, motivace, původ, hranový bod, definice obou.
- Tři skupiny hranových operátorů.
- Hledání hran pomocí konvoluce.
- Marr-Hildrethové hranový detektor.
- Prostor měřítek.
- Cannyho hranový detektor.

Předzpracování obrazu, úvod

Vstupem je obraz, výstupem je obraz.

Obraz se neinterpretuje.

Cíl

- Potlačit **zkreslení** (např. korekce geometrického zkreslení díky zakřivenosti Země u družicového snímku).
- Zvýšení **kontrastu** (jen pro prohlížení obrazu člověkem).
- Odstranění **šumu**.
- Zdůraznění charakteristik obrazu pro další zpracování, např. nalézání hranových bodů.

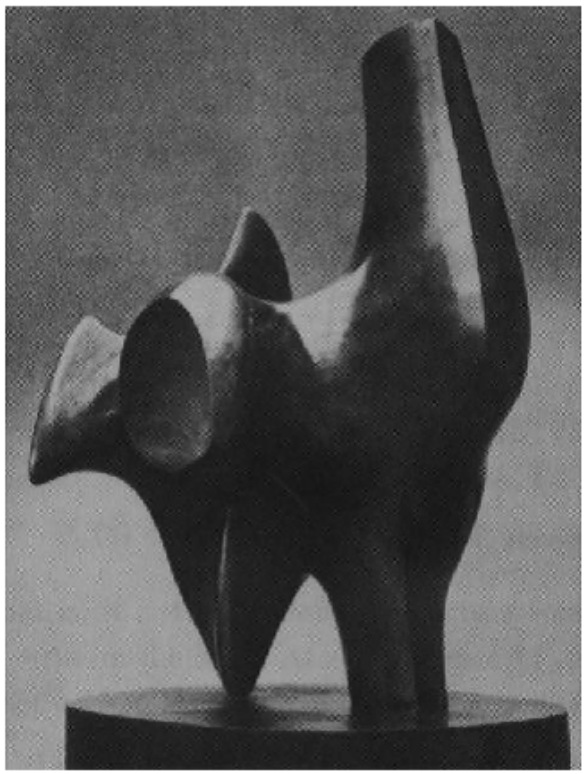
Motivace.
Proč jsou hrany (gradienty) a hranové body užitečné?

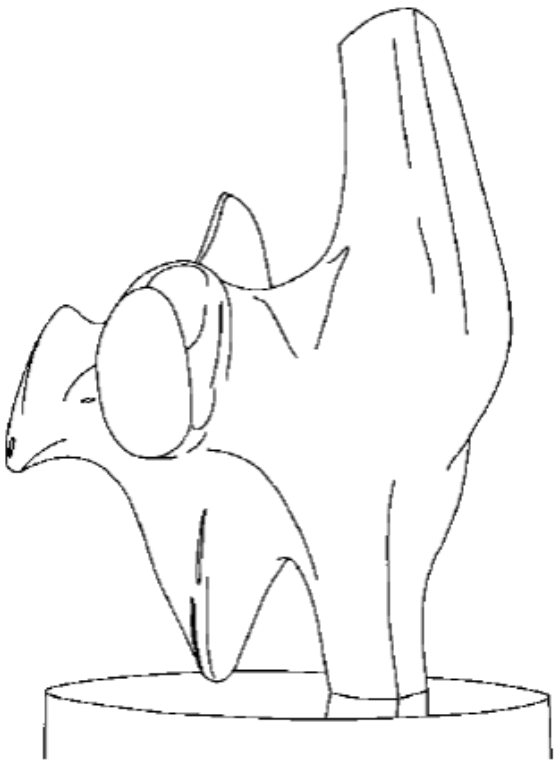
- Neurofyziologický a psychofyzický výzkum ukazuje, že pro zrakové vnímání vyšších organismů jsou důležitá místa v obraze, kde se náhle mění hodnota jasu, což jsou významné hrany = hranové elementy (edge elements, zkratka edgel).
- **Místa** v obraze **odpovídající významným hranám**, tj. s velkým modulem gradientu, nesou **více znalosti** než jiná místa v obraze.
- Hranové body jsou do jisté míry invariantní vůči změně osvětlení a směru pohledu.
- Tato **místa chceme**
  - buď **zvýraznit**, tj. zvýraznit vysoké kmitočty operací ostření
  - nebo **detekovat** významné hrany.
- Výpočet hran (= gradientů)/ hranových elementů má časté použití v počítačovém vidění: rozpoznání obsahu obrazu, 3D rekonstrukce scény, problém korespondence, sledování aj.

Příklad – kresba souhlasí s hranovými body

Pablo Picasso, La Sieste 1919

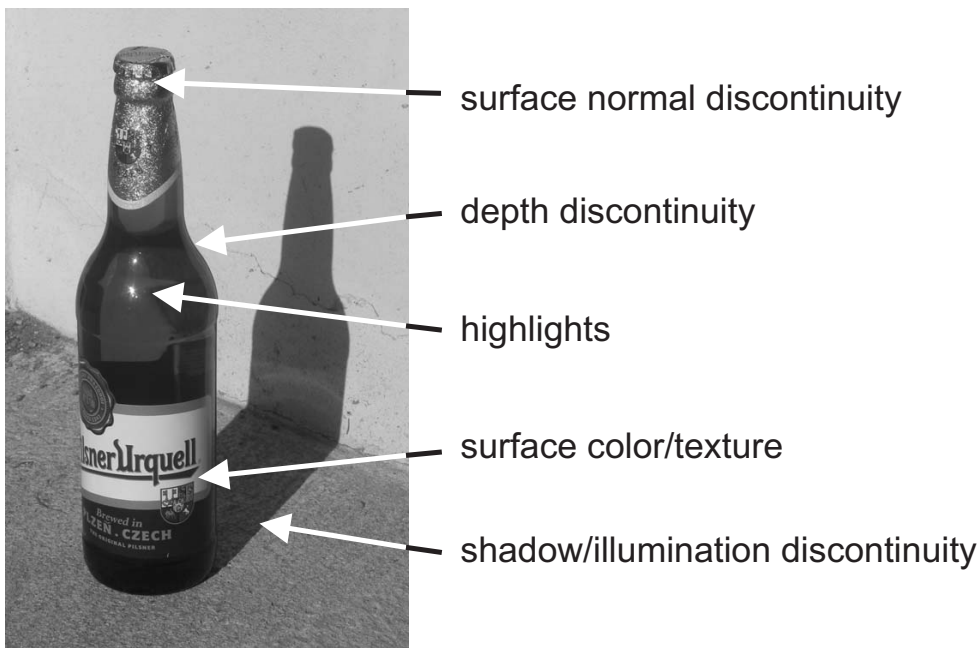
Příklad – automatická detekce hranových bodů

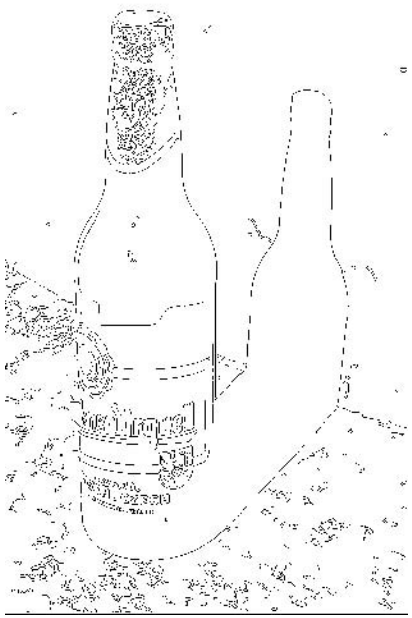




Původ hranových bodů

Hranové body vznikají díky nespojitostem v normále k povrchu, hloubce, odrazivosti povrchu (barvě), odleskům nebo nespojitostech v osvětlení (stínům).





Hrana, hranový bod

Hrana (= gradient, angl. edge)

- je dána vlastnostmi obrazového elementu a jeho okolí;
- popisuje rychlost změny a směr největšího růstu obrazové funkce $f(x, y)$; tj. je gradientem $\nabla f(x, y)$;
- je vhodnou diskrétní aproximací gradientu $f(x, y)$, je tedy vektorem o dvou složkách.

Hranový bod (angl. edgel = edge element, jako pixel = picture element)

- je bod s velkým modulem gradientu;
- Některé body v obraze jsou tedy hranové body a jiné nejsou hranové body.
- Hranové body jsou v obraze dobře lokalizované.
- Poloha hranových bodů v obraze je stabilní vůči změně směru pohledu.

Tři kategorie detektorů hran/hranových bodů

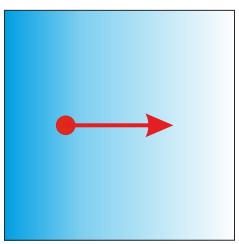
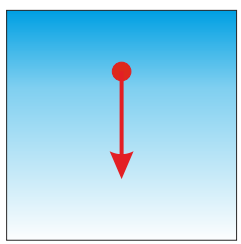
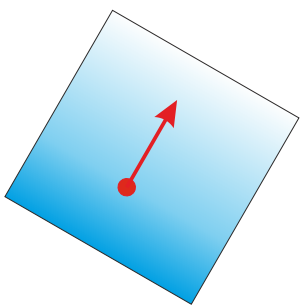
Výpočet gradiantu a detektory hranových bodů založené na

1. Aproximování maxim prvních derivací (Roberts, Prewittová, Sobel apod., Canny);
2. Hledání průchodů druhých derivací nulou (Marr-Hildreth);
3. Lokální aproximaci obrazové funkce parametrickým modelem, např. polynomem dvou proměnných;

   Vypočítání derivace analyticky z parametrů modelu.

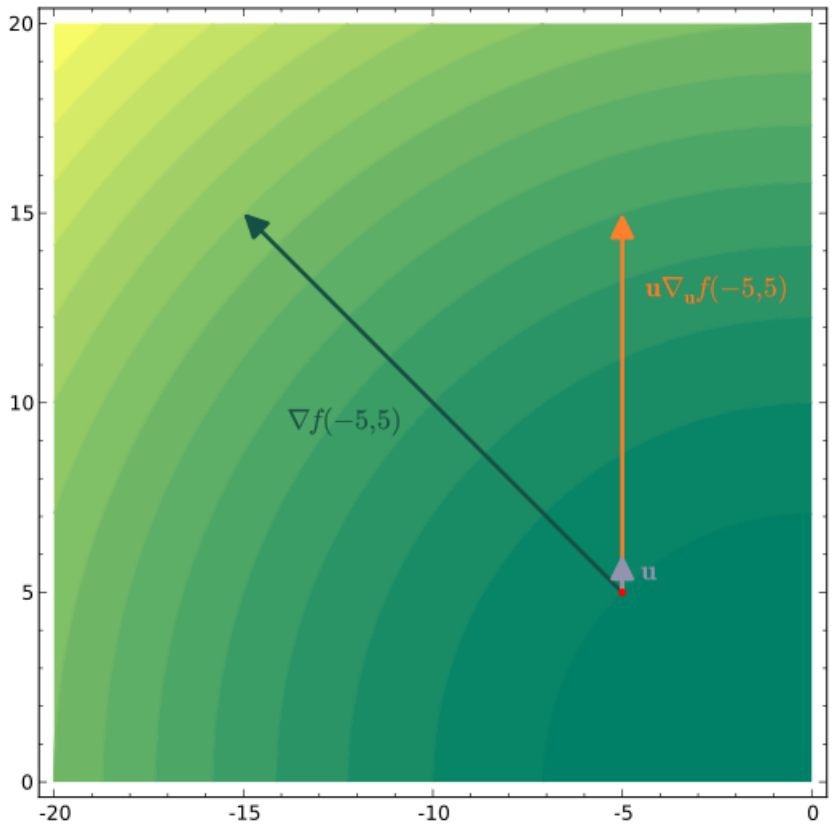
   (V počítačovém vidění zavedl R. Haralick).

Gradient obrazové funkce

- Pro obecný případ n proměnných je gradient spojité funkce f vektorem parciálních derivací:
  $\nabla f(x_1, \ldots, x_n) = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial f}{\partial x_n}\right)$
- Pro $n = 1$ (1D signál), se gradient zjednoduší na (standardní) derivaci vyjadřovanou obvykle ve dvou značeních: f' (Lagrange) nebo $\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}$ (Leibnitz).
- Pro $n = 2$ (2D signál), $\nabla f(x, y) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}\right)$
  - 
    $\nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, 0\right)$
    
    $\nabla f = \left(0, \frac{\partial f}{\partial y}\right)$
    
    $\nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}\right)$
  - $\nabla f(x, y)$ se často vyjadřuje v polárních souřadnicích svou velikostí a směrem ψ
    $\|\nabla f(x, y)\| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}$, $\psi = \arctan\left(\frac{\partial f}{\partial y} / \frac{\partial f}{\partial x}\right)$.

Směrová derivace

- Uvažujme 2D funkci $f(x, y)$, jeden určitý bod (x_0, y_0) a směr daný vektorem $\mathbf{u} = (u_1, u_2)$. Odpovídající jednotkový vektor $\hat{\mathbf{u}}$ k vektoru $\mathbf{u}$ je $\hat{\mathbf{u}} = \frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}$.
- Směrová derivace $\nabla_{\mathrm{u}} f(x_0, y_0)$ určuje rychlost, jakou funkce $f(x, y)$ roste v bodě (x_0, y_0) ve směru $\mathbf{u}$. Může se definovat dvěma alternativními způsoby
  - $\nabla_{\mathrm{u}} f(x_0, y_0) \equiv \nabla f(x, y) \frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}$ nebo
  - $\frac{\mathrm{d}f(x,y)}{\mathrm{d}u} \equiv \hat{\mathbf{u}} \cdot \nabla f(x, y) = u_1 \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} + u_2 \frac{\partial f(x,y)}{\partial y}$.



Diskrétní aproximace derivace

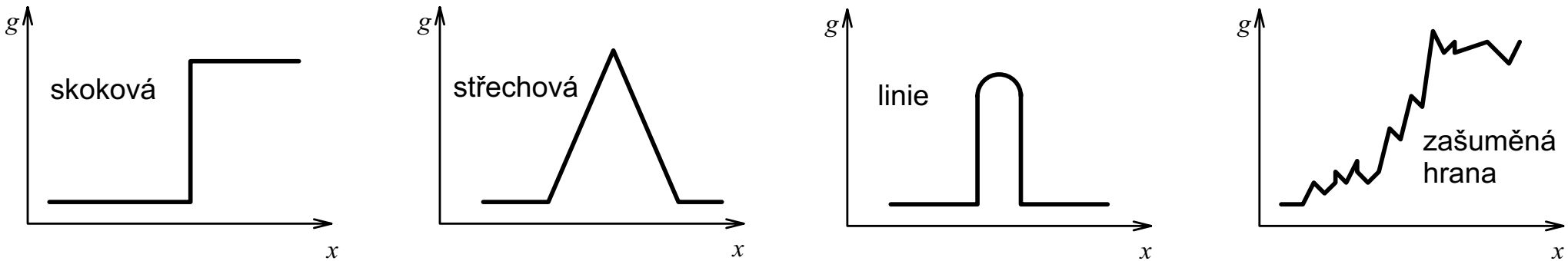
Dva přístupy aproximace derivací diskrétní funkce, vzniklé vzorkováním spojité funkce (oba vedou k podobným algoritmům):

- rekonstruuj spojitou funkci a spočítej její derivaci;
- aproximuj derivace konečnými diferencemi.

Nejjednodušší aproximace jednorozměrné funkce v celočíselném bodě i:

- Nesymetrická (vlastně odpovídá derivaci v bodě $i - \frac{1}{2}$): $f'(i) \approx f(i) - f(i-1)$.
- Symetrický tvar možný, ale zanedbává vliv pixelu i: $f'(i) \approx f(i+1) - f(i-1)$.
- V termínech konvoluce: $f' \approx [-1, +1] * f$ nebo $f \approx [-1, 0, +1] * f$.

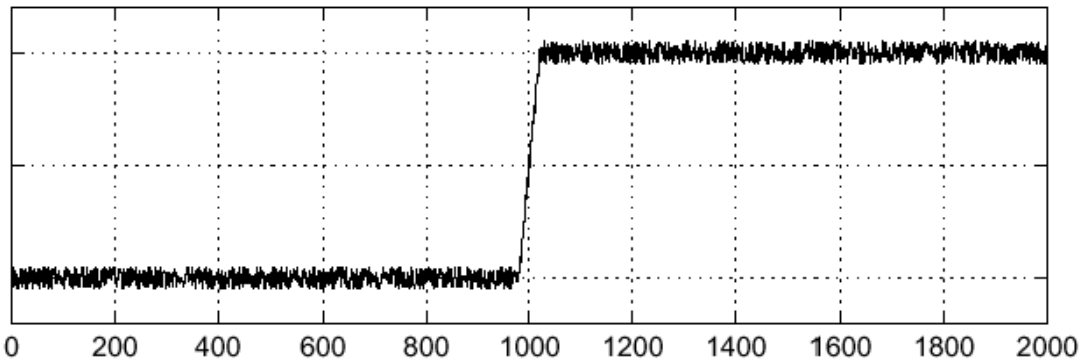
Typické jasové profily v okolí hranových bodů



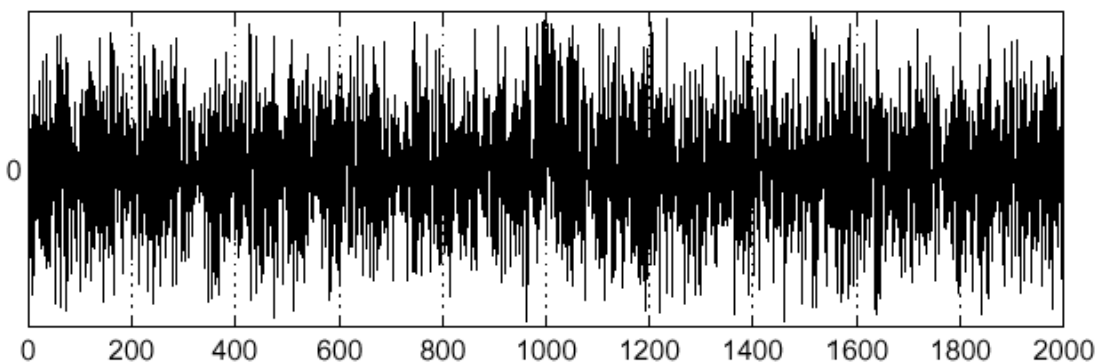
- První tři profily zleva, tj. skoková změna, střechová změna, tenká linie, jsou idealizované.
- Poslední profil odpovídá zašuměné změně intenzity, kterou lze najít v reálném obrázku.
- V MATLABu je k dispozici funkce `improfile`.

Citlivost derivace na šum

jasový profil se šumem

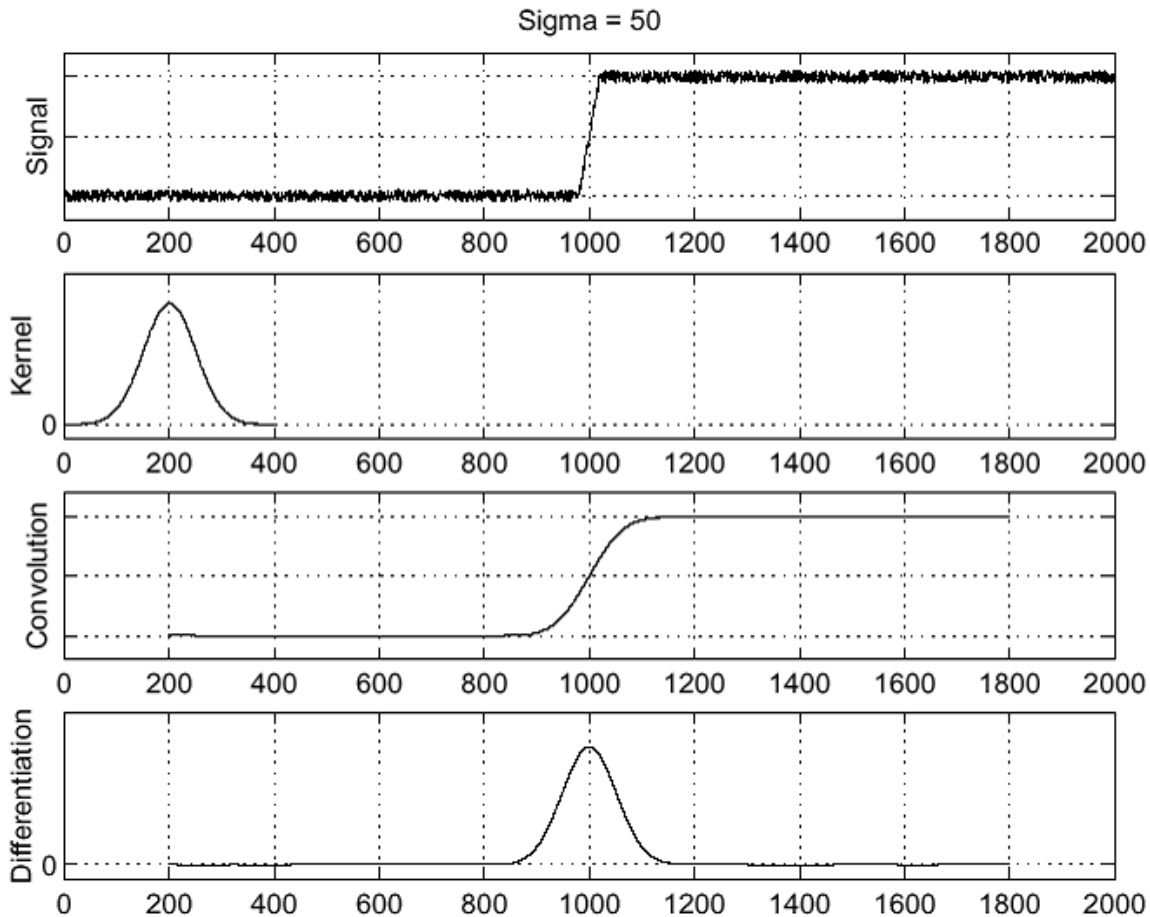


jeho derivace

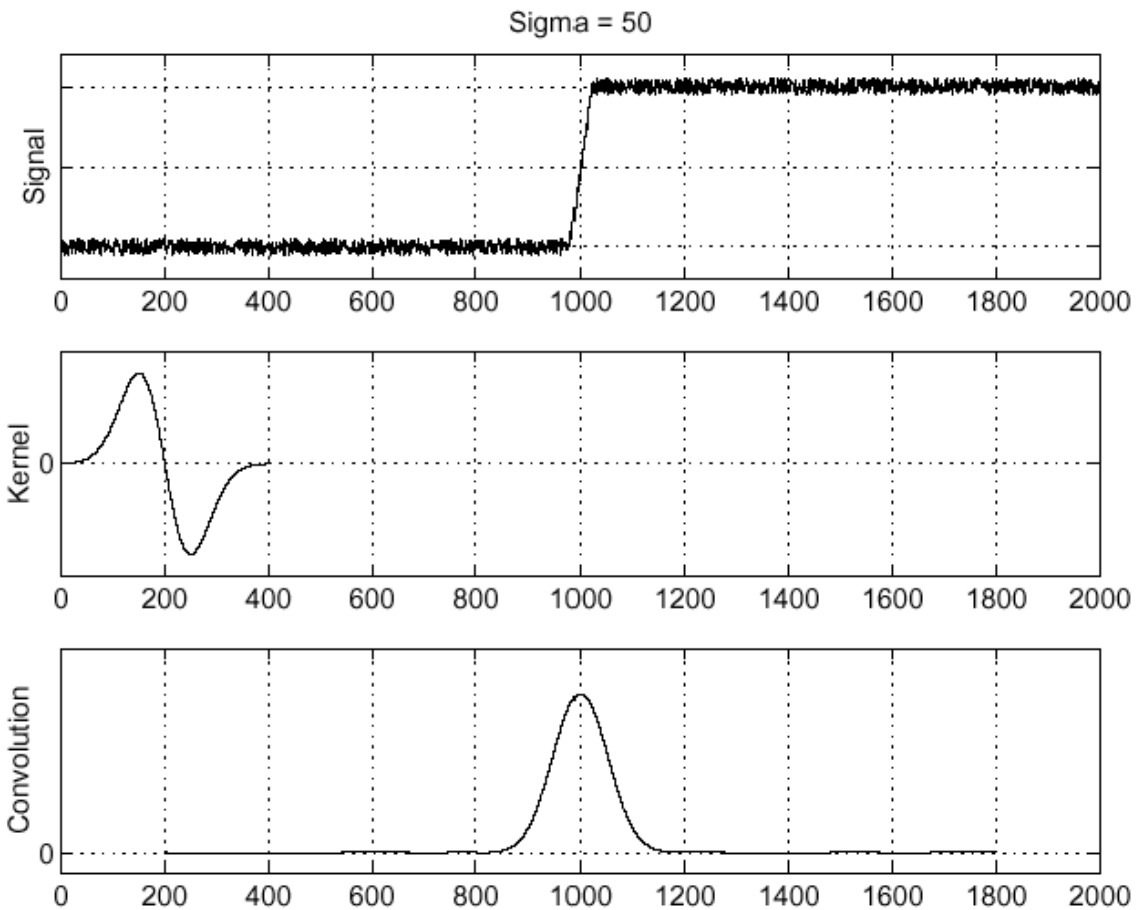


Kde je v derivovaném zašuměném obrazu hranový bod?

Před derivováním nutno vyhladit



Záměna derivace a konvoluce

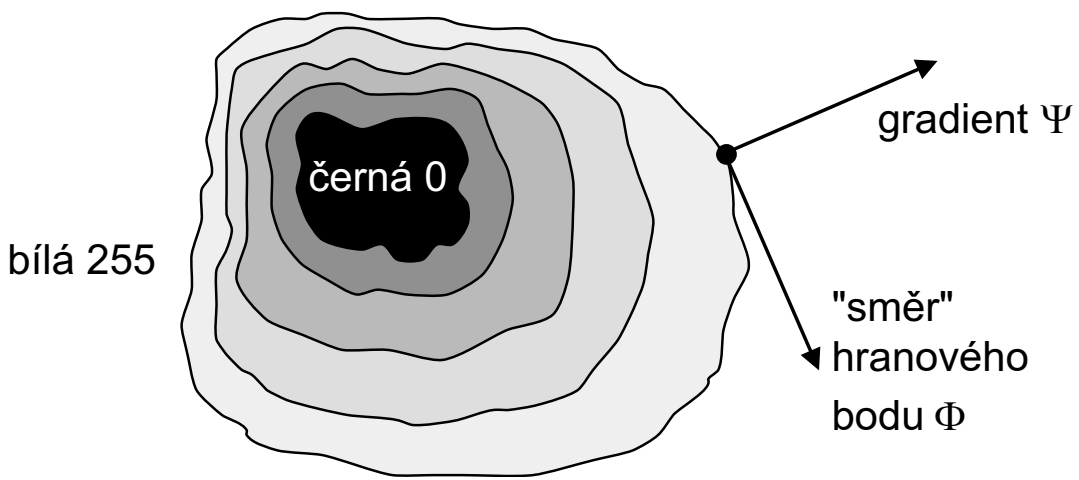


- Díky komutativitě derivace a konvoluce lze oba operátory zaměnit.
- Díky asociativitě je lze shrnout do jediného operátoru:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(h * f) = \frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}x} * f$$

Vztah hrany a hranice

- Nalezené silné hrany (hranové body, edgels) v obraze lokálními operátory se někdy používají pro hledání hranic objektů.
- Za předpokladu, že objektu odpovídá oblast homogenního jasu, jsou body hranice právě pixely s vysokou hodnotou gradientu.
- Hranové body se spojují do hranic, a proto se "směr" hranového bodu Φ někdy definuje jako kolmý ke směru gradientu Ψ.



Derivace a konvoluční masky 3×3

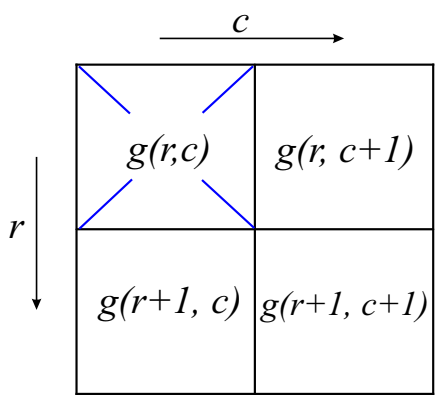
- Roberts, jen 2×2, Lawrence Roberts 1963
- Prewittová, Judith Prewitt 1970
- Sobel, Irwin Sobel 1968
- Robinson
- Kirsch, Russell A. Kirsch 1971 a další
- Laplacián (aproximuje 2. všesměrovou derivaci)

- Když se uvažuje 8-okolí, existuje osm možných 3×3 masek. Důsledkem je, že směry gradientu jsou kvantovány do osmi směrů modulo 45^o.
- V obrazu se v okamžitém bodě spočte konvoluce s osmi maskami, jednou po druhé. Maska, která dává největší odezvu v absolutní hodnotě, určuje směr hrany.

Robertsův operátor v okolí 2×2

Dvě konvoluční masky (souřadnice: r - řádek, c - sloupec)

$$h_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \qquad h_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}.$$



Velikost gradientu se počítá podle

$$|\nabla g(r,c)| \approx |g(r,c) - g(r+1,c+1)| + |g(r,c+1) - g(r+1,c)|\,.$$

Nevýhoda: velká citlivost na šum, protože okolí použité pro aproximaci je malé.

Operátor Prewittové v 3×3 okolí

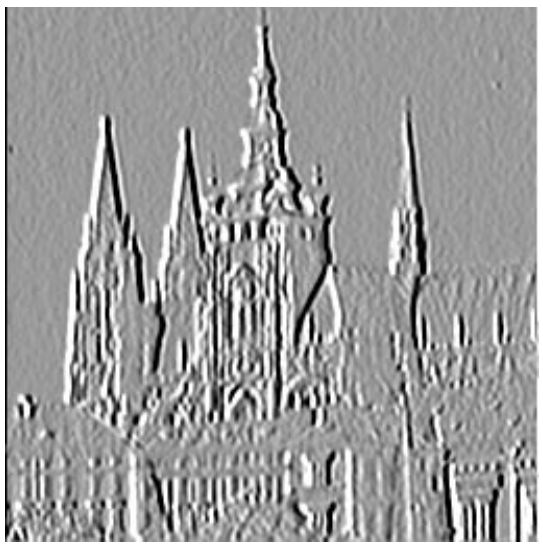
$$h_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}, \; h_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \; h_3 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$h_4 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \; h_5 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \; h_6 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

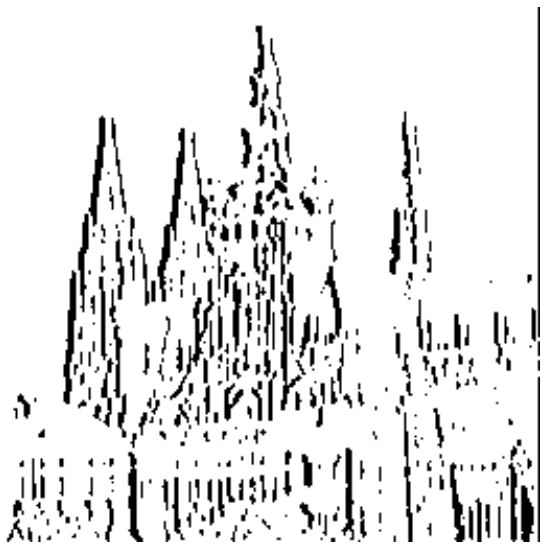
$$h_7 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \; h_8 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix},$$

Příklad: operátor Prewittové, hrany v západním směru

originál 256×256



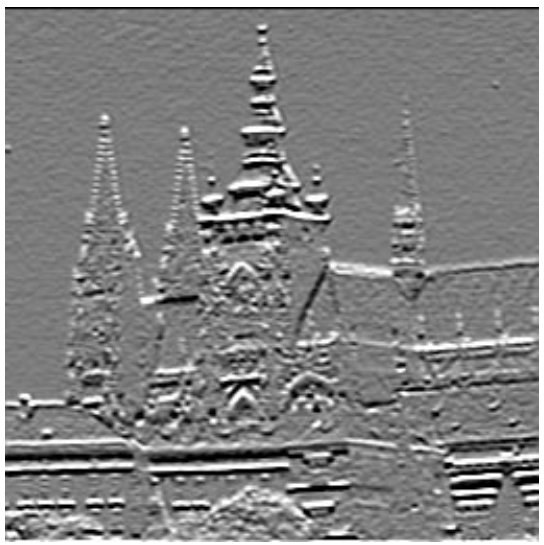
západní gradienty



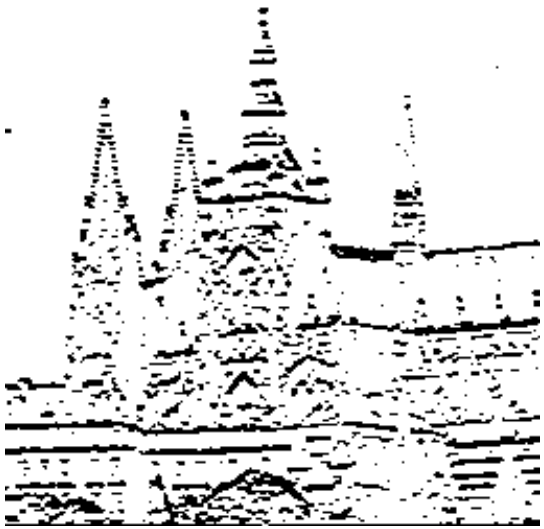
prahované hrany, edgels

Příklad: operátor Prewittové, hrany v severním směru

originál 256×256



severní gradienty



prahované hrany, edgels

Sobelův operátor v 3×3 okolí

$$h_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \qquad h_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$h_3 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \ldots$$

Robinsonův operátor v 3×3 okolí

$$h_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}, \qquad h_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$h_3 = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \ldots$$

Kirschův operátor v 3×3 okolí

$$h_1 = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 3 \\ -5 & -5 & -5 \end{bmatrix}, \qquad h_2 = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ -5 & 0 & 3 \\ -5 & -5 & 3 \end{bmatrix},$$

$$h_3 = \begin{bmatrix} -5 & 3 & 3 \\ -5 & 0 & 3 \\ -5 & 3 & 3 \end{bmatrix}, \ldots$$

Laplacián obrazové funkce

$$\nabla^2 f(x,y) = \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2}$$

- $\nabla^2 f$ je skalár, oproti gradientu přicházíme tedy o směr hrany.
- Podobně jako velikost gradientu $\|\nabla f\|$, také $\nabla^2 f$ je invariantní vůči natočení souřadné soustavy.
- Pro monotónně rostoucí jasovou funkci $f(x,y)$ v příslušném okolí je Laplacián nulový tam, kde je velikost gradientu $\|\nabla f(x,y)\|$ maximální $\Rightarrow$ průchody nulou (angl. zero-crossings).

Diskrétní aproximace Laplaciánu

- Diskrétní druhá derivace je složením (konvolucí) prvních derivací:

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2} \approx [-1, +1] * [-1, +1] = [+1, -2, +1]$$

- Diskrétní Laplacián je součtem druhých parciálních derivací:

$$\nabla^2 \approx \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- Alternativní používané tvary (8-okolí, zvýraznění středu):

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & -4 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & -4 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

Ostření Laplaciánem

Někdy nechceme detekovat hranové body, ale pouze zvýraznit hrany (ostření). Laplacián je vhodný, neboť zdůrazňuje vysoké frekvence (srov. DoG) a je všesměrový.

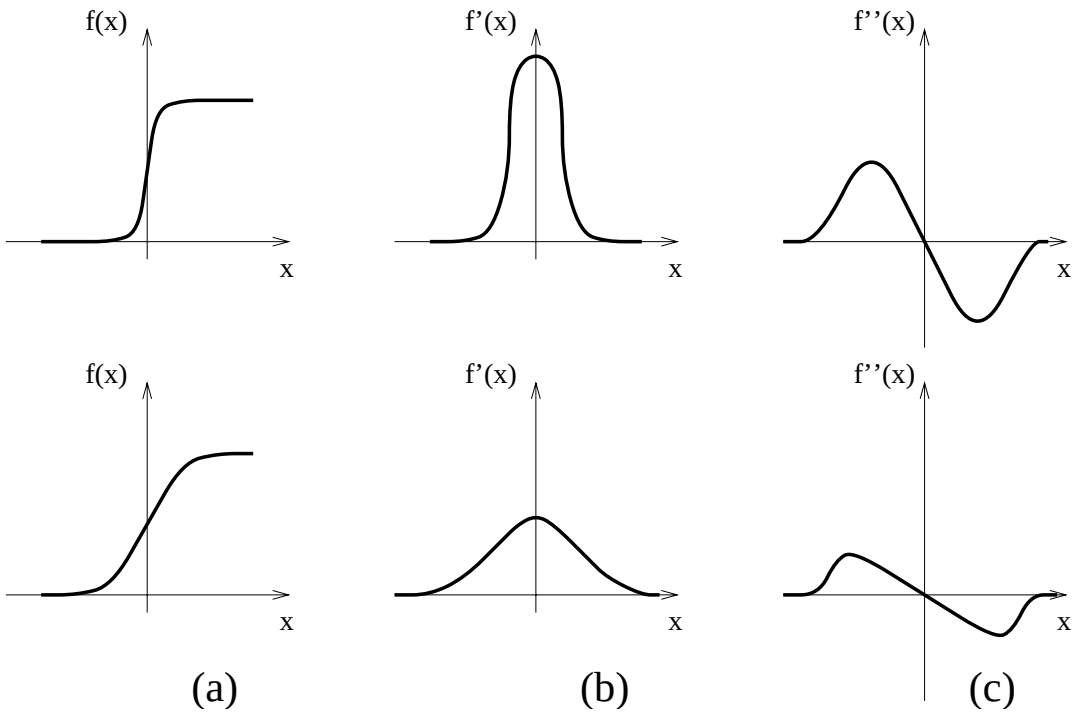
originál 256×256

Hrany (Laplace)

Ostření (- 0,4 $\cdot$)

Detektor hranových bodů založený na 2. derivaci (Marr-Hildreth)

- Extrém 1. derivace funkce jedné proměnné (1D signálu) odpovídá místu průchodu 2. derivace nulovou hladinou.



- Pro funkce dvou proměnných to není totéž: do hry vstupuje Laplaceův operátor ∇^2.

Odvození LoG operátoru

Laplacián ∇^2, viz průsvitka 25, je ještě citlivější na šum než gradient $\Rightarrow$ opět kombinujeme s vyhlazením Gaussiánem G. Oba operátory lze spojit do jediného, označovaného jako LoG (Laplacian of Gaussian). Všimněte si použití asociativity operátorů.

$$\nabla^2(G * f) = (\nabla^2 G) * f = \mathrm{LoG}(f)$$

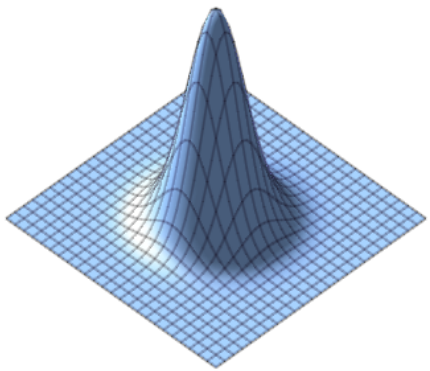
Odvodíme analytický tvar $\nabla^2 G$. Zavedeme substituci $x^2 + y^2 = r^2$, která uvažuje rotační symetrii:

$$G(r) = e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}, \quad G'(r) = -\frac{1}{\sigma^2}\, r\, e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}, \quad G''(r) = \frac{1}{\sigma^2}\left(\frac{r^2}{\sigma^2} - 1\right) e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}.$$

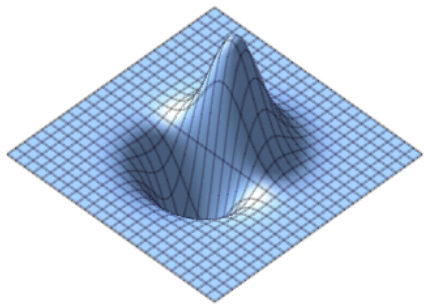
Návrat k původním souřadnicím x, y a zavedení normalizačního koeficientu c

$$\nabla^2 G(x, y) = c\left(\frac{x^2 + y^2 - \sigma^2}{\sigma^4}\right) e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}.$$

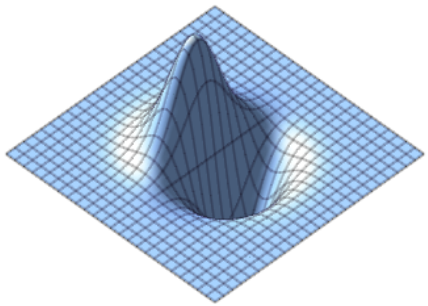
2D operátory, s nimiž jsme se setkali



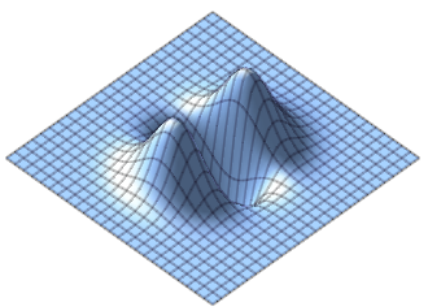
Gaussián



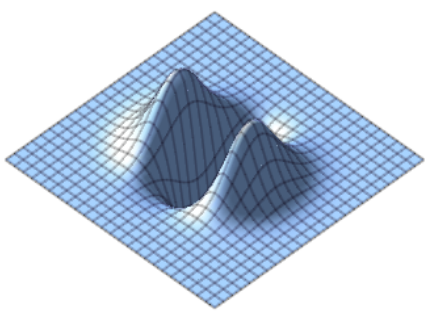
$\frac{\partial}{\partial x} G$



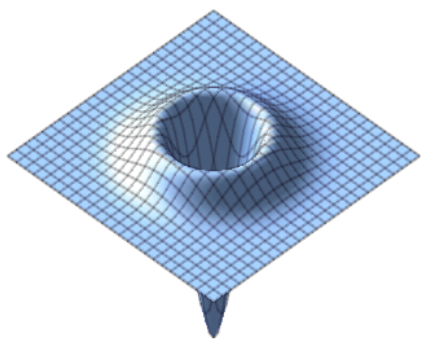
$\frac{\partial}{\partial y} G$



$\frac{\partial^2}{\partial x^2} G$



$\frac{\partial^2}{\partial y^2} G$



Laplacián Gaussiánu

DoG jako aproximace LoG

- Cílem je aproximovat LoG operátor (Laplacian of Gaussian), tj. $\nabla^2 G$.
- Aproximovat lze pomocí diference dvou obrazů, které vznikly konvolucí s Gaussiánem o různém σ.

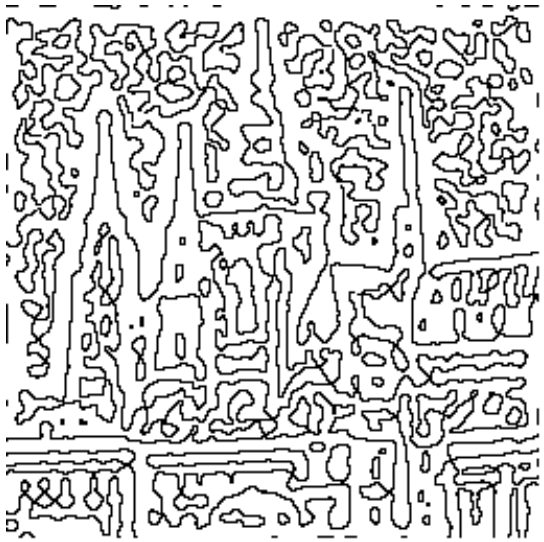
Jak počítat průchody nulou?

- Při implementaci detektoru založeného na hledání průchodů nulou je třeba se vyhnout naivnímu řešení pomocí prahování LoG obrazu v intervalu hodnot blízkých k nule. Výsledkem by byly hodně nespojité hrany.
- Lepší je použít opravdový detektor průchodů nulou, např. v masce 2×2 s reprezentativním bodem třeba v levém horním rohu. Hrana se zde indikuje tehdy, pokud se uvnitř okna opravdu mění znaménko.

Příklad průchodů nulou

Originál

DoG $\sigma_1 = 0,1$ $\sigma_2 = 0,09$

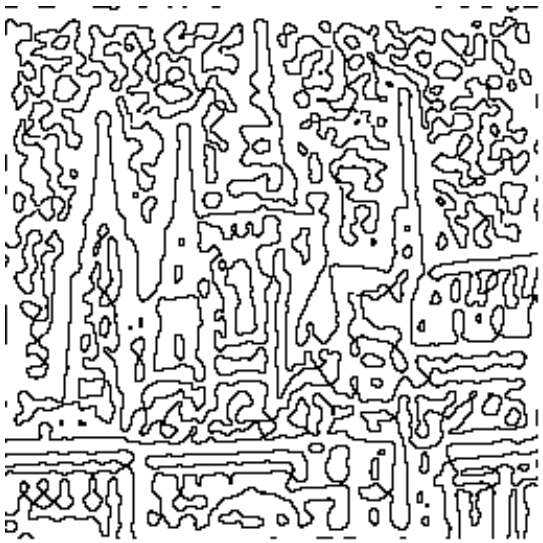


Průchody nulou

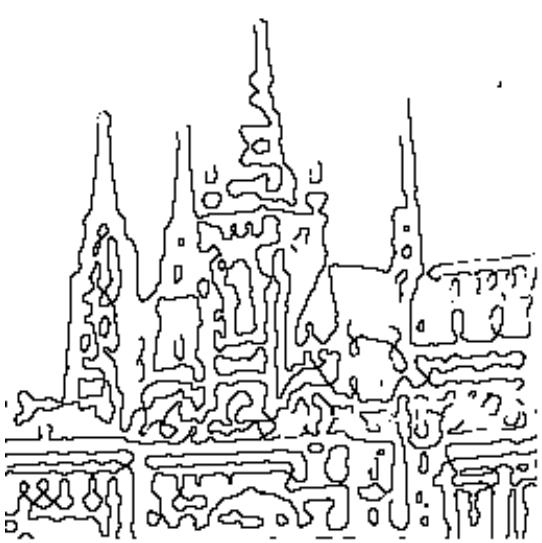
Nevýhody:

- Příliš vyhlazeny ostré tvary. Například ostré rohy se ztrácejí.
- Snaží se spojovat hranové body do uzavřených křivek. “Talíř špaget”.

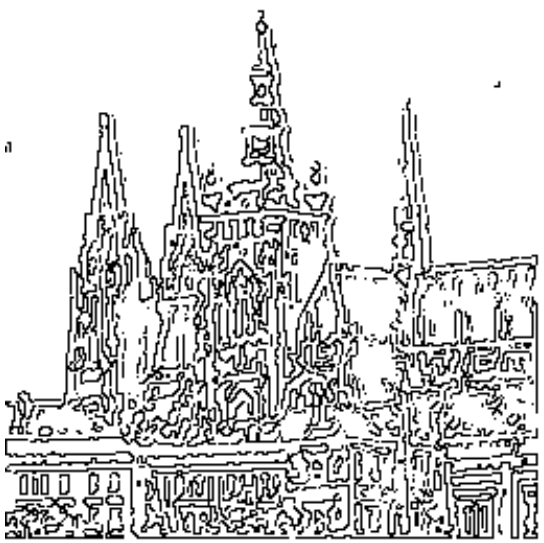
Odstranění nevýznamných hranových bodů



Průchody nulou



Odstr. nevýzn. edgels



LoG, $\sigma = 0,2$

Biologické opodstatnění LoG operátoru

- Sítnice je evolučně součástí mozku. Probíhá v ní nejen zachycení světla (tyčinky, čípky), ale i předzpracování. Data jsou komprimována asi 1:100 ← omezná přenosová kapacita očního nervu.
- Kruhová receptivní pole. Jejich vnější část přispívá k odezvě opačným znaménkem než střed (tzv. uspořádání center-surround).

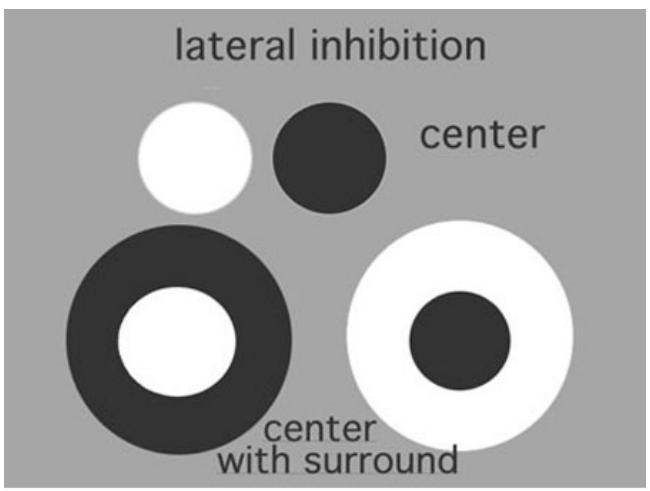


Fig. 10. Center-surround receptive fields can be ON center or OFF center with the oposite sign annular surround.

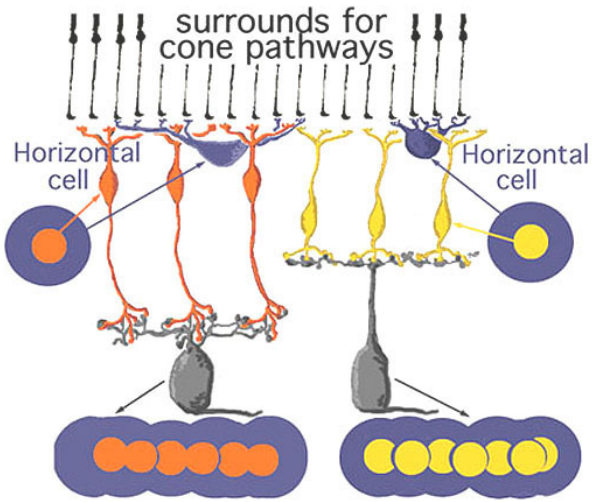
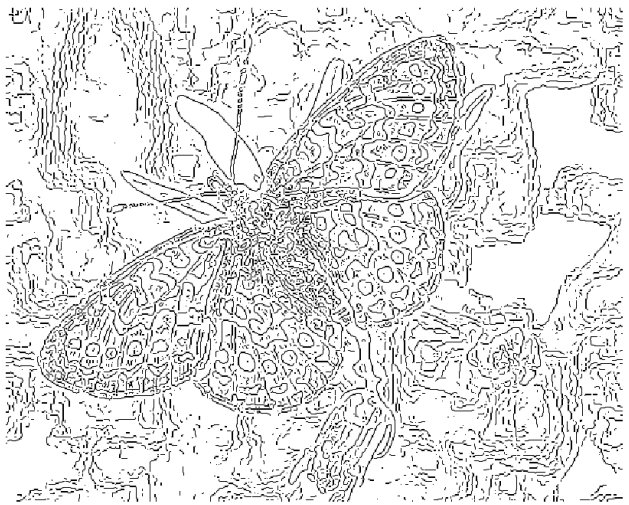
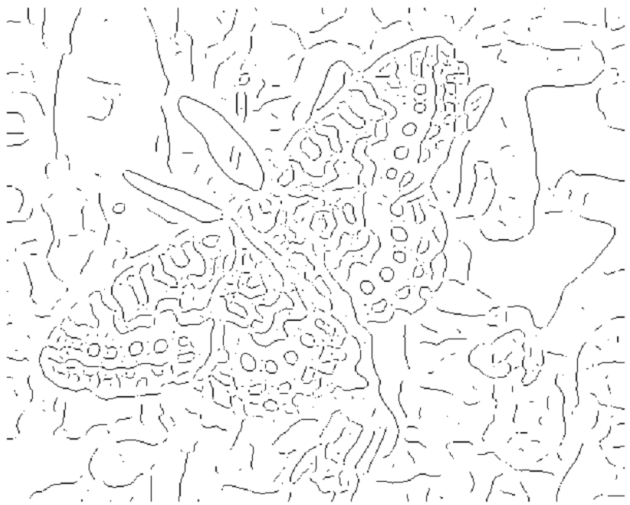


Fig. 12. Diagram of the organization of center-surround responses using horizontal cell circuitry to provide the antagonistic surround.

Problém volby měřítka vyhlazení (1)

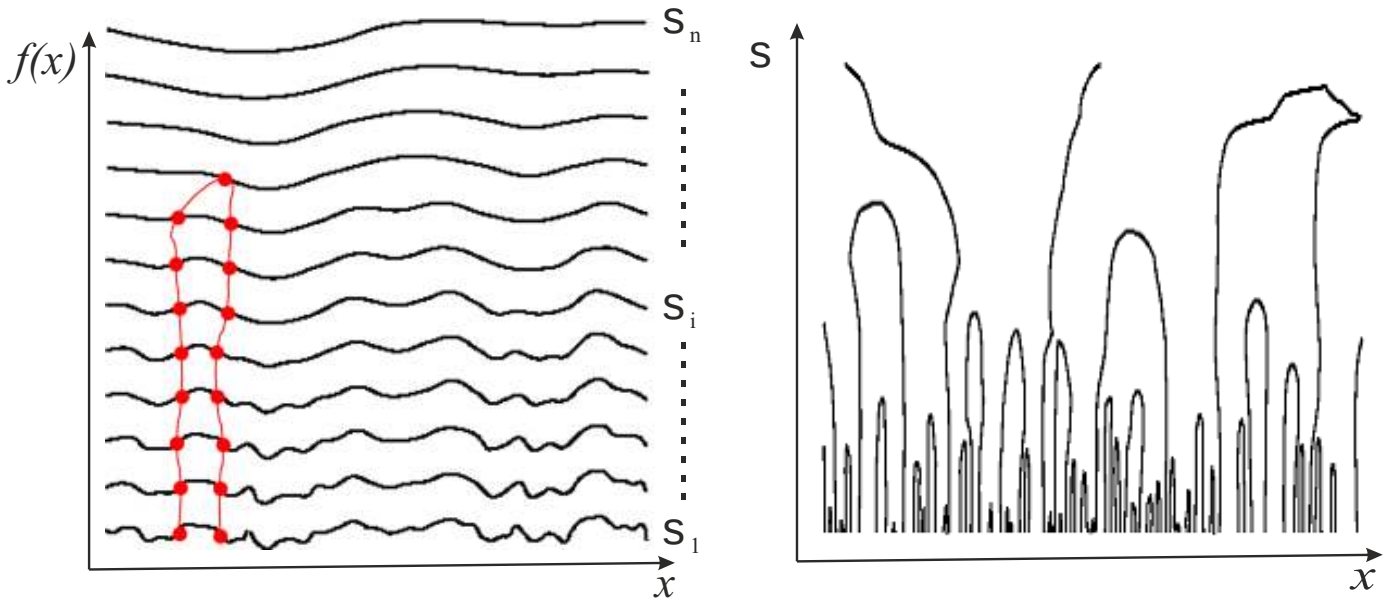




Problém volby měřítka vyhlazení (2)

- Jaké zvolit σ Gaussiánu při počítání derivací? Čím větší σ, tím ...
  - lepší potlačení šumu,
  - více slabých hran zanikne,
  - menší přesnost lokalizace hran.
- Problém není omezen na detekci hran. Je to obecný problém při detekci primitiv (lokálních vlastností) v obrazech (např. významných bodů).
- Často nás nezajímají detaily, i když nevznikly díky šumu. Jako bychom se chtěli podívat na obraz z 'větší dálky' a detekovat jen významnější hranové body (či jiná primitiva).

. . . Prostor měřítek pro 1D signál



- S rostoucím měřítkem σ může hranový bod zaniknout, ale nový hranový bod se tak nikdy nevytvoří.
- V 1D: A.P. Witkin: Scale-space filtering. Proceedings of 8th Int. conference on AI, August 1983, pp. 1019-1022.
- Ve 2D: T. Lindeberg: Scale-Space Theory in Computer Vision, Kluwer Academic Publishers/Springer, Dordrecht, Netherlands, 1994.

Cannyho detektor hranových bodů

- V jistém smyslu završení období hledání ‘nejlepšího’ hranového detektoru.
  J. Canny: A Computational Approach To Edge Detection, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 8(6):679–698, 1986.
- Formulovaný jako hledání optimálního filtru za prakticky potřebných omezení.
- Používá se v mnoha aplikacích. Implementace jsou dostupné.

- Vstup: šedotónový obraz.
- Výstup: binární obraz s hranovými body.

Cannyho algoritmus pro hledání hranových bodů:

1. Najdi přibližně směry gradientu.
2. Pro každý pixel najdi 1D derivaci ve směru gradientu pomocí 'optimální' masky spojující vyhlazení a derivaci.
3. Najdi lokální maxima těchto derivací.
4. Hranové body získej prahováním s hysterezí.
5. Proveď syntézu hran získaných pro různě velká vyhlazení (málokdy se používá).

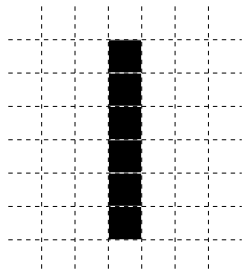
Optimální lineární filtr pro detekci hranových bodů

Předpokládá se zjednodušený model: ideální schodová hrana; aditivní gaussovský šum nezávislý na obrázku.

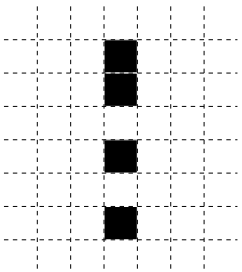
Požadavky, které chceme maximalizovat (=omezení pro optimalizaci):

1. Spolehlivá detekce (nalézt co nejvíce existujících hranových bodů);
2. Dobrá lokalizace (malá chyba detekované pozice hranového bodu);
3. Jednoznačná odezva (nalezeno co nejméně neexistujících hranových bodů).

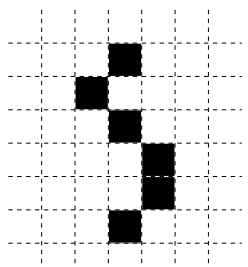
- Požadavky protichůdné: čím lepší detekce, tím horší lokalizace.
- Hledáme tedy 'nejlepší' kompromis: optimalizujeme součin kritérií 1 a 2 a přidáme kritérium 3 (podrobnosti vynechávám kvůli stručnosti).
- Výsledek nelze napsat jedním vzorečkem, ale byl by velmi podobný derivaci Gaussiánu.



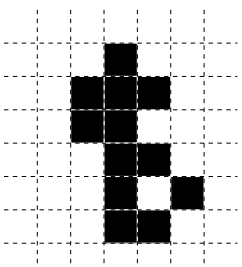
skutečný edgel



detekovaný



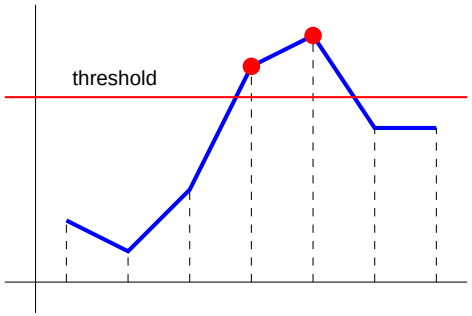
špatně lokalizovaný



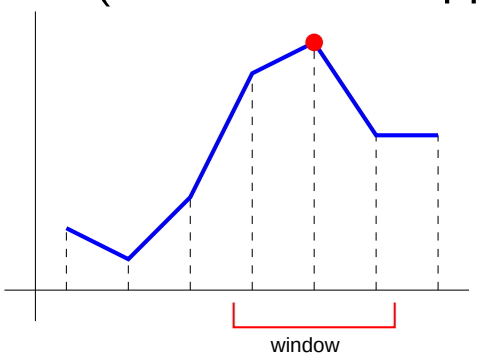
nejednoznačně detekovaný

Nalezení maxim první derivace v 1D

- Prahování je nevhodné (ledaže maxima jsou velmi ostrá).



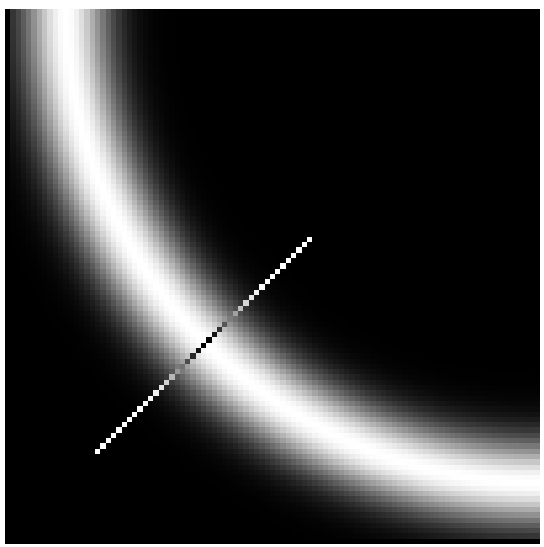
- Správné je hledat lokální maxima derivace (non-maxima suppression).

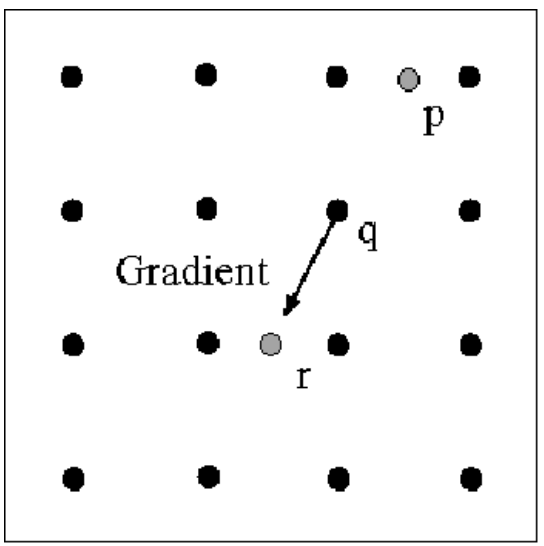


- Umožňuje subpixelovou (tj. lepší než celočíselnou) přesnost nalezení maxima: např. proložíme parabolu a analyticky spočítáme maximum.

Nalezení maxim gradientu ve 2D

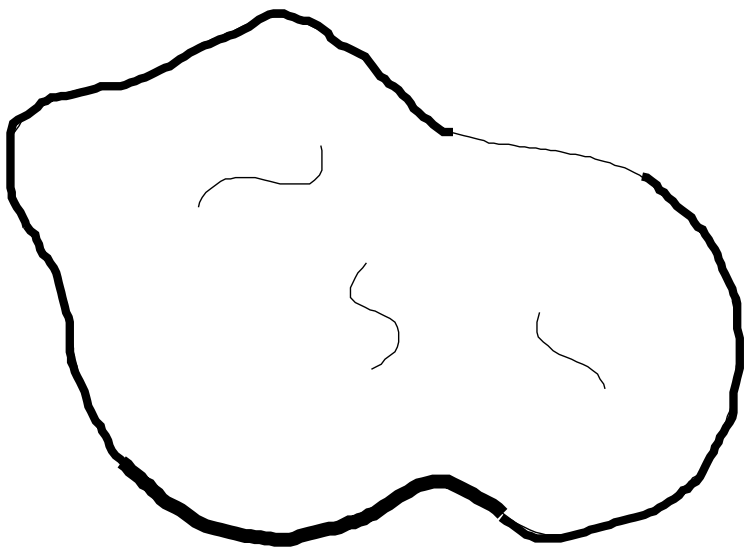
- Hledáme 1D maxima v (přibližném) směru gradientu.
- Funkci ve směru gradientu vzorkujeme mřížkou.





Nalezení hranových bodů prahováním s hysterezí

- Chceme potlačit krátké (tj. typicky nevýznamné) řetězy hranových bodů, ale přitom zabránit fragmentaci dlouhých řetězů.
- Nelze dosáhnout jediným globálním prahem $\rightarrow$ prahování dvěma prahy s hysterezí: slabší hranový bod zachováme pokud je součástí řetězu obsahujícího silnější body.



Cannyho hranové body, příklad; práh = 0.15, tři hodnoty σ

originál

thres = 0.15, σ = 0.2

thres = 0.15, σ = 0.5

thres = 0.15, σ = 1.0

Cannyho hranové body, příklad; práh = 0.3, tři hodnoty σ

originál

thres = 0.3, σ = 0.2

thres = 0.3, σ = 0.5

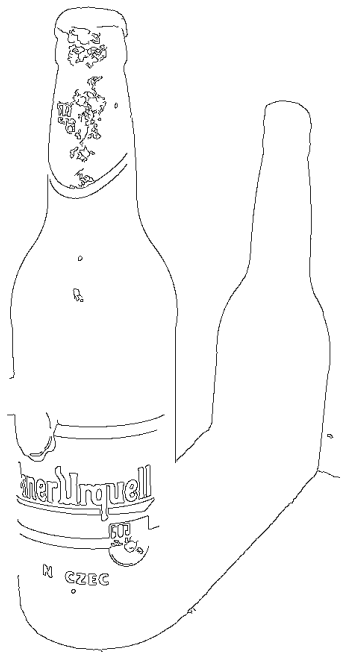
thres = 0.3, σ = 1.0

Cannyho hranové body, příklad; práh = 0.5, tři hodnoty σ

originál

thres = 0.5, σ = 0.2

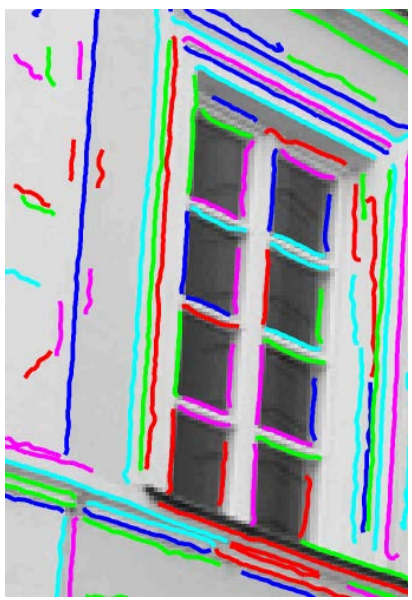
thres = 0.5, σ = 0.5



thres = 0.5, σ = 1.0

Spojování hranových bodů do úseček

- Filtrováno Laplaciánem.
- Detekovány průchody nulou.
- Spojeno do úseček



Courtesy: Radim Šára

Kritika hran v rozích

- Hranové detektory (např. LoG, Laplacian of Gaussians) nejsou přesné ‘v rozích’.
- Ovšem úkolem hranových detektorů není hledání rohů.
- K tomu slouží detektory rohů (viz samostatná přednáška).